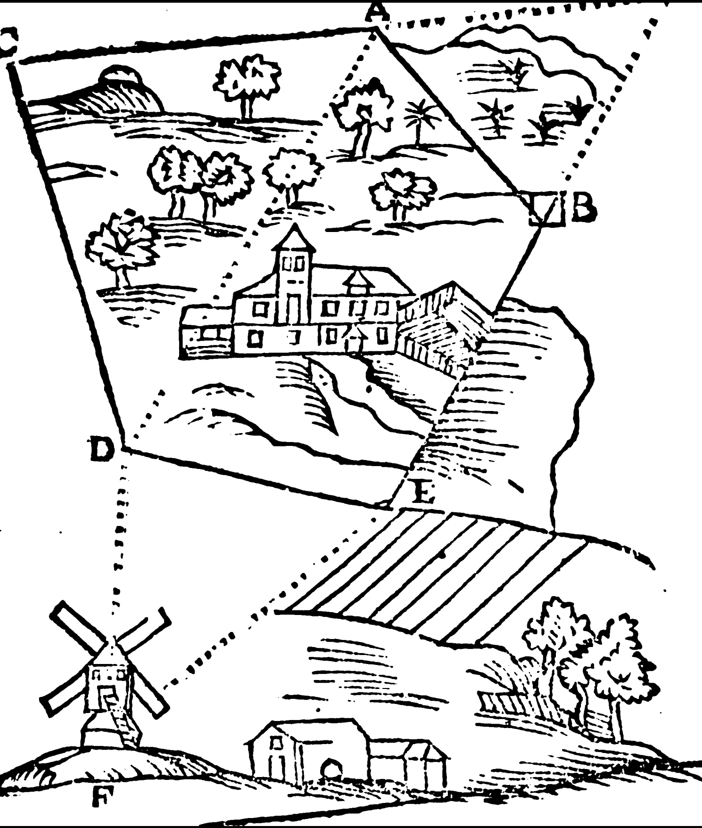


L'ecole des arpenteurs, ou l'on enseigne toutes les pratiques de ...

Philippe de La Hire

Composé par Mr. de la Hayre comme on voit dan l'Extrait des Registres de l'Accademie Royale des sciences du 11. Mars 1727

Voyez le Privilege du Roy derrier

COMP. PAR M. DE LA HAYRE

L'ECOLE DES ARPENTEURS,

OU L'ON ENSEIGNE

Toutes les Pratiques de Géométrie, qui sont necessaires à un Arpenteur.

On y a ajoûté un abregé du Nivellement, avec les proprietez des eaux, & les manieres de les jauger ou mesurer.

On y trouvera aussi une méthode fort courte pour faire des toisez, pour toiser la solidité des terres, & jauger les tonneaux ; enfin l'on y rapporte les Ordonnances des Rois sur l'Arpentage.

QUATRIEME EDITION, revûë, corrigée & augmentée.

La Hire, Philippe de

A PARIS,

Chez MONTALANT, Imprimeur Libraire, Quay des Augustins, à la Ville de Montpellier.

M. DCC. XXXII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

ON a mis au jour depuis quelques années tant de Traitez de Géométrie pratique, qu'il semble qu'on ne puisse plus rien ajoûter à ce qui a été fait jusques à présent sur cette matiere. Mais quoique toute la science d'un Arpenteur ne soit qu'une Géométrie pratique, soit pour la mesure des terres, ou pour leurs divisions, on ne trouve pourtant pas dans les Livres de cette Géométrie toutes les opérations qui lui sont nécessaires, rangées dans un ordre qui lui soit propre, & séparées d'avec celles qui lui sont inutiles. On ne trouve pas non plus ces opérations enseignées par rapport à l'usage qu'il en faut faire dans l'Arpentage : C'est pourquoi ceux qui veulent s'instruire

dans cette Science se trouvent ordinairement fort embarrassez dans le choix qu'ils doivent faire non seulement des Livres, mais de ce qu'ils contiennent, qui soit propre à leur étude. Il semble à considerer la plus part de ces Livres, que toute la pratique de la Géometrie ne consiste que dans quelques traits de compas, & quelques opérations qu'on doit faire sur le papier, sans prendre garde que la grande difficulté est d'exécuter ces mêmes traits sur le terrein, Par éxemple, c'est une chose fort facile que de faire tomber d'un point donné une ligne perpendiculaire sur une ligne droite donnée, lorsqu'il faut seulement faire cette opération en petit ou sur le papier; mais il est assez difficile de le bien faire sur le terrein, & sur tout si le point est fort éloigné de la ligne. On a aussi donné quantité de pratiques fort élégantes pour la division des superficies irrégulieres, sans considerer

que la plus part de ces pratiques ne peuvent pas se mettre facilement en éxécution sur le terrein. Car si l'on vouloit transporter sur le terrein une opération qu'on auroit faite en petit sur le papier, on tomberoit pour l'ordinaire dans des erreurs très-considérables.

On a tâché dans cet Ouvrage de ramasser seulement ce qui peut être utile pour l'arpentage, afin que ceux qui veulent s'instruire parfaitement dans cette science, ne soient pas obligez de recourir à plusieurs Livres, dans lesquels ils auroient beaucoup de peine à distinguer ce qui leur est nécessaire d'avec ce qui ne regarderoit pas leur profession. On commence par l'Arithmetique, qui est une partie des Mathématiques non seulement utile aux Arpenteurs, mais encore à tous ceux qui font profession des Arts où l'on se sert de mesure. Ses principales regles sont enseignées ici d'une maniere simple & facile,

sans s'arrêter aux opérations des fractions, dont les Arithméticiens font ordinairement un grand mistere, quoique dans l'usage commun elles ne soient presque d'aucune utilité, puisqu'on peut facilement réduire les nombres entiers à des parties assez petites, pour négliger les fractions qui pourroient rester, sans aucune erreur sensible après ces réductions. On trouvera une Méthode nouvelle de tirer la racine quarrée & cubique d'un nombre par la seule division à l'ordinaire ce qui est d'un fort grand usage. On a mis ensuite un abregé de toutes les principales connoissances des élèmens de Géométrie & des pratiques qui y sont les plus utiles & les plus considérables, sans en donner aucunes démonstrations, qu'on peut trouver par tout ailleurs. La Trigonométrie rectiligne, la Méthode de lever les Plans des Terres, de les mesurer, & de les diviser, avec le Nivelle-

ment, sont expliquées de telle maniere, que pour peu qu'on en fasse l'application dans l'éxercice, on en sera parfaitement instruit. On a tâché de mettre en abregé ce qui est nécessaire dans la connoissance des eaux, dont il est à propos qu'un Arpenteur sçache les principales proprietez; les effets que l'eau produit par son effort étant admirables & peu connus, & les manieres de la mesurer étant extrêmement utiles.

On a crû que non seulement les Arpenteurs, mais aussi les Ingenieurs, seront bien aises de trouver ici la pratique abregée par les Logarithmes, pour faire de grands toisez de terre tant en superficie qu'en solide.

Ceux qui voudront s'instruire entierement dans les parties de Mathematique, dont nous ne parlons que par rapport à notre dessein, pourront voir ce qu'en ont écrit Messieurs de l'Académie Royale

des Sciences, dont les profondes méditations & les expériences continuelles nous ont découvert des pratiques si assurées & si faciles en toutes sortes d'opérations de Géométrie, qu'on n'a plus sujet de craindre de rencontrer des difficultez qu'on n'avoit point prévûes, & qu'on peut faire aujourd'hui avec assûrance des entreprises, qui auroient paru autrefois aussi téméraires que l'éxécution en est admirable.

TABLE DES MATIERES.

DE l'Arpentage en général, & définition de l'arpent. page 1

Table des toises que contient un arpent suivant les différentes longueurs de la perche. 1

Des principales regles d'Arithmetique nécessaires à un Arpenteur. 6

Définition des fractions. 9

L'Addition. 12

La Soustraction. 18

La Multiplication. 24

La Division. 38

Réduction des pieds & pouces à la toise. 47

L'Extraction de [illegible] racine quarrée par une maniere nouvelle, que l'on peut appliquer à toutes sortes de racines. 54

Comparaison de la méthode ordinaire

avec la nouvelle maniere, pour l'extraction de la racine quarrée. 68
L'Extraction de la racine cubique par cette même nouvelle maniere. 72
Comparaison de la méthode nouvelle avec l'ancienne, pour l'extraction de la racine cubique. 81
La regle de trois ou de proportion. 87
La regle inverse. 92
La regle de trois double. ibid.
Des Logarithmes. 94
Multiplication par les Logarithmes. ibid.
Division par les Logarithmes. 95
Extraction des racines quarrées & cubiques par les Logarihmes. 96
Abregé des principales connoissances de la Géométrie. 98
Des Pratiques de Géométrie. 115
De la Trigonométrie rectiligne. 128
Définition des te[illegible] de la Trigonometrie. 128
Premiere Regle, de la résolution des triangles en général. 134
Seconde Regle, des triangles rectan-

gles. 138

Troisiéme Regle, des triangles rectangles. 140

Quatriéme Regle, des triangles rectangles par deux méthodes. 141

Cinquiéme Regle, des triangles obliqu-angles. 144

Sixiéme Regle, des triangles obliqu-angles. 146

Septiéme Regle des triangles obliqu-angles. 147

Huitiéme Regle, des triangles obliqu-angles, 150

Pour lever un Plan. 151

Pour tracer une ligne droite sur le terrein, avec des jallons. 154

Ce que c'est que bornoyer. 155

Pratique pour lever un Plan. 158

Pour mettre au net un Plan qu'on aura levé, 160

Ce que c'est que l'échelle du Plan. 161

Pour observer les angles avec le demy cercle. 166

Pour lever le Plan d'un Terrein par la figure extérieure. 169

Pour faire une Carte ou un grand Plan. 179
Methode pour connoître la distance entre deux points éloignez, par le moyen d'une base mesurée entre deux. 183
Ce que l'on appelle le Chassis d'une Carte. 186
L'usage de la Planchette. ibid.
Méthode pour faire une Carte par les observations faites avec la Planchette. 189
De la mesure des Terres ou des superficies. 194
De la mesure du triangle. 196
Pour donner sur le terrein d'un point donné une ligne droite perpendiculaire sur une ligne droite donnée. 198
Maniere pour mesurer les quarrez, les cercles, les ovalles, & les figures comprises des lignes courbes & irrégulieres. 209
De la division des Terres. 213
De la division du triangle par l'un de ses angles. 214

De la division du triangle par des lignes paralleles à l'un de ses côtez. 215
Pour mener sur le terrein une ligne droite parallele à une ligne droite donnée. 217
De la division du triangle par des lignes qui aboutissent à un point donné sur l'un des côtez. 218
De la division du triangle par des lignes qui aboutissent à un point donné au dedans. 224
De la division du triangle en deux parties égales, par une ligne droite qui passe par un point donné au dedans. 231
De la division du triangle en deux parties égales, avec une ligne droite qui passe par un point donné hors le triangle. 233
Division des figures de plusieurs côtez, exemple d'une figure de cinq côtez. 236
1°. *Cette figure étant divisée en trois parties par des lignes qui partent de l'un de ses angles.* ibid.
2°. *Par des lignes paralleles à l'un des*

côtez. 239
3°. *Par un point donné sur l'un des côtez.* 243
4°. *Par un point donné au dedans.* 245
Diviser en deux parties égales une figure de plusieurs côtez, avec une ligne droite qui passe par un point donné. 247
Du Nivellement. 252
Ce que l'on entend par vrai niveau & niveau apparent. 254
Table de la réduction du niveau apparent au vrai niveau. 256
Descriptions de quelques niveaux. 258
Du niveau commun des Ouvriers. 259
Du chorobate des Anciens. 262
Du niveau de Monsieur Thevenot. 264
Du niveau de Monsieur Mariotte. 265
Du niveau décrit par le Pere Riccioli. 267
Deux maniere différentes d'appliquer une lunette d'approche à ce dernier niveau. 270

Pour prolonger des lignes de niveau 277
Usage du niveau de Monsieur Mariotte. 279
De la pratique du Nivellement. 281
Remarque sur la maniere de niveller éxactement avec un instrument qui ne soit pas juste. 285
De l'usage du nivellement, & de la pente qu'on doit donner pour la conduite des eaux. 287
De la nature & des proprietez de l'eau 289
De la force de l'eau, & la dépense des jets d'eau. 293
De la mesure des eaux courantes par deux manieres. 296
Méthode abregée pour faire des toisez par le moyen des nombres logarithmiques. 306
Des bornes. 313
de la différence des mesures des terres. 316
Deux Méthodes pour toiser la quantité de terre qui est dans une butte ou montagne au dessus d'un niveau

donné, &c. 318
Deux Méthodes pour jauger les tonneaux. 331
Ordonnances des Rois, touchant les Arpenteurs & l'Arpentage. 349

Fin de la Table.

L'ECOLE DES ARPENTEURS.

DE L'ARPENTAGE.

L'Arpentage est un Art qui sert pour mesurer la superficie des terres. Ce mot est François, & vient de celui d'*Arpent*, qui est une certaine superficie à laquelle on rapporte & l'on réduit toutes les autres. Par exemple, on dit qu'une piece de terre fort irréguliere, ou plusieurs pieces jointes ensemble contiennent cent arpens.

La grandeur de l'arpent n'eſt pas égale dans tous les lieux où l'on ſe ſert de ce nom pour la meſure des terres ; & elle change ſuivant les Juriſdictions ou Seigneuries. Il eſt bien vrai que l'arpent contient toujours cent perches, & que la perche quarrée ou en ſuperficie eſt la centiéme partie de l'Arpent, mais la perche n'étant pas égale pour tout, elle apporte du changement à la grandeur de l'arpent. Il y a des lieux où la perche contient en longueur 20. pieds, en d'autres plus, & en d'autres moins, mais ſa véritable longueur devroit être de trois toiſes ou dix-huit pieds de Roy meſure du Châtelet de Paris; & ſi l'on donne 18. pieds à la longueur de la perche, la perche en ſuperficie contiendra 324. pieds quarrez, ou neuf toiſes quarrées, ce qui eſt la même choſe; car la toiſe contient 36. pieds quarrez : & par conſéquent l'arpent ſuivant cette meſure contiendra 900. toiſe de ſuperficie. Mais ſi la longueur de la

perche étoit de 19. pieds, la superficie de la perche seroit de 361. pieds quarrez, ce qui feroit dix toises & un pied; & par conséquent l'arpent qui doit contenir cent fois cette mesure, contiendroit 1002. toises & 28. pieds en superficie.

On peut sur ce modele connoître combien un arpent doit contenir de toises & de pieds en superficie, la longueur de la perche étant donnée. On comprendra plus facilement les regles de ces réductions, après que l'on aura vû le petit Abregé que nous donnons des principales regles d'Arithmétiques, qui sont nécessaires à un Arpenteur. Cependant nous ajoûtons ici la Table suivante où ces réductions se trouvent toutes faites.

TABLE.

Du nombre des toises & des pieds qui sont contenus dans un arpent, suivant les differentes longueurs de la perche, en augmentant de demi-pied depuis 18. pieds jusqu'à 25.

Grandeur de la perche en longueur,	Toises quarrées, & pieds quarrez contenus dans l'arpent.	
18. pieds.	900. toises.	0. pieds.
18. p. $\frac{1}{2}$	950. t.	25. p.
19. p.	1002. t.	28. p.
19. p. $\frac{1}{2}$	1056. t.	9. p.
20. p.	1111. t.	4. p.
20. p. $\frac{1}{2}$	1167 t.	13. p.
21. p.	1225. t.	0. p.
21. p. $\frac{1}{2}$	1284. t.	1. p.
22. p.	1344. t.	16. p.
22. p. $\frac{1}{2}$	1406. t.	9. p.
23. p.	1469. t.	16. p.
23. p. $\frac{1}{2}$	1534. t.	1. p.
24. p.	1600. t.	0. p.
24. p. $\frac{1}{2}$	1667. t.	13. p.
25. p.	1736. t.	4. p.

Puisque la grandeur de la perche n'est pas égale par tout, il faut d'abord que l'Arpenteur s'informe des Juges des lieux où il doit travailler, quelle est la grandeur ou longueur de cette perche dans le lieu où est situé la terre que l'on veut arpenter ou mésurer, afin de pouvoir réduire toutes les mesures des toises & des pieds qu'il aura trouvez, à la grandeur de cette perche en superficie.

Les principales opérations qui se font dans l'Arpentage dépendent de l'Arithmetique, nous avons trouvé à propos d'enseigner ici la pratique des premieres regles seulement autant qu'il est nécessaire & par rapport à notre dessein, afin que celui qui désire de s'instruire de cette science, ne soit pas obligé de recourir à d'autres Livres d'Arithmetique, dans lesquels il auroit de la peine à distinguer ce qui lui est nécessaire d'avec ce qui ne peut pas servir à l'art dont il veut faire profession; & de plus ces mêmes regles seront enseignées

de telle maniere, qu'elles pourront encore lui faciliter l'entrée dans les autres pratiques d'Arithmetique, quand il voudra s'y appliquer.

ABREGÉ DES PRINCIPALES Regles d'Arithmetique pour l'Arpentage.

JE suppose ici qu'on connoisse les chiffres; & qu'on sçache que chacun qui en précéde un autre vers la gauche vaut dans la place où il est, dix fois autant que celui qui le suit vers la droite. Exemple.

365.

Le chiffre 5, qui est le dernier vers la droite, ne vaut que son nombre simplement; celui qui le précede vers la gauche, qui est 6, vaut autant de fois dix, que son nombre marque; c'est-à-dire six dixaines ou soixante, & ce nombre soixante doit s'entendre des mêmes choses dont le chiffre 5 qui le suit en vaut seulement

5; & ces deux nombres seuls 6 5 ainsi disposez valent soixante & cinq pieds, toises ou perches, ou tout ce que l'on voudra. Mais si l'on pose le chiffre 3. qui précede ces deux-ci, ce chiffre 3. vaut dans la place où il est, c'est-à-dire la troisiéme, autant de fois cent, que le premier en vaut 5; car cette troisiéme place précedant la place de dixaines, les nombres qui y sont placez valent dix fois leurs suivans; c'est pourquoi ils valent cent dans cette troisiéme place, d'autant que cent vaut dix fois dix. Ainsi ceux qui seront dans la quatriéme place, valent mille ou dix fois cent; ceux de la cinquiéme, valent dix milles; ceux de la sixiéme, cent mille, & ainsi de suite.

La valeur des chiffres qui sont dans chaque place, étant toujours dix fois plus grande que celle des chiffres de la place précédente.

On commence à compter les chiffres à la droite en allant vers la gauche, ce qui est contre l'ordre

dont nous nous servons pour la posi-
tions des lettres, à cause que cette
méthode de chiffrer nous vient des
Arabes, qui écrivent en posant leurs
lettres de la droite en allant vers la
gauche.

Le nombre 10. qu'on répéte par
tout, s'est introduit à cause du nom-
bre des doigts des mains, dont les
premiers hommes se servoient ordi-
nairement pour marquer quelque
nombre.

J'appelle une quantité, ou une
grandeur, ou un nombre simple,
celui qui est la somme de plusieurs
choses, sans qu'il soit accompagné
d'aucune partie de ces choses; com-
me par exemple cent toises est un
nombre simple de toises, parce qu'il
en contient cent tout juste; mais
cent toises & un quart de toise est
un nombre composé, car il ne con-
tient pas seulement un nombre juste
de toise, mais de plus une partie de
toise, qui est un quart, ou un pied
six pouces; car la toise contient en

longueur ſix pieds, & le pied 12. pouces. On diviſe encore chaque pouce en 12 lignes.

Il y en a qui diviſent encore chaque ligne en ſix parties, qu'ils appellent points.

Les parties d'un tout ou de quelque grandeur, qu'on appelle en terme d'Arithmetiques un *entier*, ſont nommées les fractions de cette grandeur ou entier. Par exemple, le tiers d'une toiſe en longueur s'appelle une fraction de la toiſe, & cette fraction contiendra deux pieds; ſemblablement le quart d'un pied en longueur ſera une fraction, & contiendra trois pouces, ce qui eſt la même choſe. Une même fraction peut avoir differens noms: par exemple les deux tiers d'un tout ou d'un entier, valent autant que les huit douziémes de ce même entier, ou bien autant que les quatre ſixiémes. C'eſt pourquoi le pied eſt une fraction de toiſe, & le pouce eſt une fraction de pied; car le pied eſt la ſixiéme partie

de la toise en longueur, & le pouce est la douziéme partie du pied en longueur.

Lorsqu'une fraction d'un entier contient des parties, qui ont un nom particulier dans l'usage, on les appelle aussi *parties aliquotes* de cet entier; comme le pied est la partie aliquote d'une toise, le pouce est la partie aliquote d'un pied. Les autres fractions qui n'ont point de nom particulier comme les trois quarts d'une toise, s'appellent *parties aliquantes*: mais on comprend toute sorte de parties sous le nom de fraction.

On écrit une fraction dans l'usage de l'Arithmetique en la maniere suivante.

$$\frac{2}{3} \qquad\qquad \frac{4}{5}$$

Ce qui signifie les deux tiers & les quatre cinquiémes d'un entier, ou le nombre qui est au-dessous de la petite ligne s'appelle le *dénominateur* de la fraction, c'est-à-dire, que l'entier est divisé dans ce nombre de

parties, comme ici en trois ou en cinq, & l'autre nombre qui eſt au deſſus du petit trait eſt le *numérateur* de la même fraction, c'eſt-à-dire, qu'il déſigne le nombre qu'on prend des parties de l'entier, comme ici deux parties des trois qui ſont enſemble un entier, ou quatre des cinq parties qui valent enſemble l'entier.

Nous ne donnerons ici des exemples, que des nombres, dont les parties aliquotes ne ſont pas plus petites que le pouce; car nous eſtimons que dans la pratique de l'arpentage il n'eſt pas néceſſaire d'avoir égard aux lignes ou aux parties du pouce. Cependant il ſera facile à ceux qui voudront employer les lignes dans quelques meſures ou toiſez particuliers, de faire l'application de ces mêmes regles pour les lignes, de la même maniere qu'on aura fait celle des pouces, puiſqu'il y a autant de lignes au pouce, que de pouce au pied.

PREMIERE REGLE.

ADDITION.

CEtte Regle enſeigne l'art d'additionner ou de joindre enſemble pluſieurs quantitez, grandeurs ou nombres ſimples & compoſez.

PREMIER EXEMPLE. Des Quantitez ſimples.

Quantitez à additionner,	324
qui ſont poſées en ordre,	5037
c'eſt-à-dire que les chiffres	7600

de même valeur ſont poſez les uns au-deſſous des autres, ce que l'on appelle les colomnes de ces valeurs. Comme le 4 & le 7 ſont poſez dans la colomne des unitez ou des nombres ſimples, le 2 & le 3 ſont poſez dans la colomne des dixaines, le 3 & le 6 dans la colomne des centaines, & ainſi des autres ; je ne parle pas des 0, qui ne ſervent qu'à faire valoir les chiffres qui les précé-

dent, quoiqu'on les mette dans la colomne qui leur appartient, ou qui appartiendroit au nombre qui seroit à leur place.

On fait cette regle en ajoutant ensemble tous les chiffres qui se trouvent dans une même colomne, & en écrivant leur somme au-dessous d'un trait qui sépare les quantitez données d'avec cette somme, en observant de les mettre dans leurs colomnes, comme ici.

	324
Quantitez à additionner.	5037
	7600
Somme de ces quantitez.	12961

Ayant ajouté ensemble 4 & 7 qui font 11, lequel nombre contient une dixaine & de plus une unité, on écrit le chiffre 1 dans la même colomne des unitez, qui est la premiere, & l'on retient une dixaine d'unitez pour joindre avec les chiffres qui sont dans la seconde colomne, & qui valent autant de dixaines que

marque la valeur de chacun de ces chiffres.

Ainsi nous dirons pour la seconde colomne, 1 que nous avons retenu, & 3 & 2 font ensemble 6, que nous écrirons au-dessous de ces chiffres dans leur colomne; on ne retient rien dans cette seconde opération, car le nombre 6 que l'on a trouvé ne passe pas 9.

Ensuite on assemble les chiffres de la colomne des centaines, qui sont 6 & 3, qui font 9, que nous écrivons au-dessous dans leur même colomne.

Enfin, pour la colomne des milles on ajoûte ensemble le 5 & le 7 qui valent 12; & comme ce nombre surpasse de deux une dixaine, on écrit 2 au-dessous de ces nombres dans leur même colomne des milles, lequel 2 vaudra deux milles, & on retiendra une dixaine qu'il faudroit joindre aux nombres suivans s'il y en avoit, qui vaudroient aussi chacun dix milles; mais comme

dans les quantitez données il n'y en a point, on pose 1 qui est la dixaine qu'on a retenuë, devant le 2, lequel chiffre 1 vaudra dix milles étant dans la colomne des dix milles. Ainsi tout le nombre proposé sera 12961, qui vaut douze milles neuf cens soixante & un.

Ces quantitez proposées peuvent être des toises, des pieds, ou tout ce que l'on voudra.

DEUXIÉME EXEMPLE.

Des quantitez composées de parties differentes.

	toises.	pieds.	po.
Quantitez à additionner qui sont posées d'ordre chacune dans leur colomne, tant les toises que les pieds & les pou.	25793	5	9
	30200	7	6
	239	3	5
	404997	0	10
Somme.	461141	5	6

On commence à additionner par les plus petites parties de celles qui sont données, comme sont ici les pouces, & mettant ensemble 10,

5, 6 & 9, on trouve 30, qui sont des pouces, & qui valent deux pieds six pouces; car le pied contient douze pouces s'il ne s'agit que de longueur, comme on le suppose dans cet exemple: c'est pourquoi ayant tiré une ligne au-dessous des nombres à additionner, on écrit les 6 pouces qu'il y a de plus que les 2 pieds, au-dessous des pouces, & dans leur même colomne, & je retiens 2 pieds pour joindre avec les pieds qui sont donnez. On joint donc ensemble ces deux pieds avec 3, 7 & 5, ce qui fait entout 17 pieds; mais à cause que la toise contient six pieds, les dix-sept pieds valent deux toises & cinq pieds, on écrira donc les cinq pieds de plus que les 2 toises dans la colomne des pieds, & on retient deux toises pour joindre avec les autres.

Il faut remarquer que si dans les quantitez ou dans le nombres proposez, il n'y avoit point de pieds, c'est-à-dire s'il y avoit partout o à la place

place des pieds, il auroit fallu seulement écrire dans leur colomne, les pieds restans que l'on auroit retenus de l'addition des pouces.

Mais en poursuivant l'addition commencée, puisque nous avons retenu deux toises, il les faut joindre avec 7, 9 & 3 de la premiére colomne, ce qui fera en tout 21; on mettra donc 1 dans cette premiere colomne au-dessous du trait, & l'on retiendra deux dixaines, c'est-à-dire 2 que l'on joindra avec les 9 & 3 de la colomne suivante des dixaines, ce qui fera ensemble 14; on posera donc 4 dans la colomne des dixaines, & l'on retient 1, & l'on poursuivra cette addition comme dans le premier exemple des quantitez simples; & l'on trouvera donc pour la somme des quatre nombres proposez, quatre cens soixante & un mille cent quarante & une toise, cinq pieds, six pouces.

SECONDE REGLE.

SOUSTRACTION.

CETTE Regle sert à ôter une quantité simple ou composée, d'une autre simple ou composée qui est plus grande qu'elle.

PREMIER EXEMPLE.

Des quantitez simples.

Quantité dont on doit ôter.	206579
Quantité à ôter.	97693
Reste	108886

Ayant disposé par ordre l'un au-dessus de l'autre les deux quantitez proposées, en sorte que celle dont on doit ôter ou soustraire soit au premier rang ou au-dessus, & celle que l'on doit ôter ou soustraire soit au-dessous, chaque chiffre étant posé dans sa propre colomne, on commencera par la premiere colomne, & l'on ôtera du chiffre supérieur qui

eft ici 9, celui qui lui eft inférieur, à fçavoir 3 ; il reftera donc 6, que l'on écrira fous la ligne dans la même colomne qui eft celle des nombres.

Enfuite paffant à l'autre colomne on ôtera le nombre 9 de celui qui lui eft fupérieur, à fçavoir 7 : mais comme il n'eft pas poffible d'ôter 9 de 7, à caufe que 7 eft plus petit, il faut ajoûter 10 avec 7, & l'on aura 17, dont ayant ôté 9, il refte 8, que l'on écrira dans cette colomne au-deffous de la ligne. Il ne faudra pas oublier que l'on a pris 10 pour faire cette opération, laquelle dixaine doit être ajoûtée avec le nombre fuivant inférieur, & cette dixaine ne vaudra qu'un dans la colomne fuivante.

Pour la troifiéme opération, ayant donc joint 1 avec 6, ce qui fait 7, on l'ôtera du nombre fupérieur 5 : mais comme cela ne fe peut, il faut encore lui ajouter une dixaine, comme l'on a fait dans l'opération précédente, & l'on aura 15, dont ôtant 7, il

restera 8, que l'on écrira au-dessous de la ligne dans la colomne des deux chiffres supérieurs, en retenant 1 qui vaut une dixaine, pour joindre au chiffre inférieur suivant.

Dans la quatriéme opération, ayant joint 1 avec le chiffre 7 inférieur, ce qui fait 8, on l'ôtera du supérieur qui est 6; mais à cause que 6 est encore plus petit que 8, on lui ajoûtera une dixaine, & l'on aura 16, dont ôtant 8, il restera 8, que l'on écrira sous la ligne dans son rang, en retenant 1 à cause de la dixaine que l'on a ajoûtée.

Enfin, dans la cinquiéme opération, on a 9 qui est le dernier chiffre à ôter, auquel ayant ajouté 1 qu'on a retenu, on aura 10 : mais comme il n'y a qu'un o au-dessus, si l'on y joint une dixaine, la somme ne sera encore que 10, dont il faudra ôter 10 qui est le nombre inférieur; c'est pourquoi il restera o que l'on écrira dans son ordre au-dessous de la ligne, & l'on retiendra 1 à cause que

l'on a ajoûté une dixaine au nombre supérieur dans cette opération. Mais comme il n'y a plus de chiffre à la quantité inférieure donnée, & que nous avons 1 qu'il faudroit ajoûter au nombre suivant, il faudra ôter cet 1 du nombre supérieur de la colomne suivante qui est 2; il restera donc 1 qu'on écrira au-dessous de la ligne dans cette même colomne du 2. Ainsi le reste sera cent huit milles huit cent quatre-vingt-six.

SECOND EXEMPLE.

Des quantitez composées de differentes parties.

Soit le nombre ou la quantité proposée, dont on doit ôter ou soustraire	3700 toif.	5 p.	4 po.
Quantitez à ôter	2039	3	5
Reste	1661	1	11

En commençant par les pouces qui sont les plus petites des quantitez données, on ôtera 5 pouces de 4

pouces. Mais comme il n'est pas possible, il faudra ajoûter un pied ou 12 pouces à ces quatres pouces, ce qui fera 16 pouces, dont ôtant 5 il reste 11 que l'on écrit sous la ligne dans la colomne des pouces, & l'on retiendra un pied à cause qu'il a été ajouté dan cette opération.

Pour les pieds, ayant joint 1 avec 3 ce qui fait 4, il faudra ôter des pieds supérieurs 5, dont il restera 1, que l'on écrira sous la ligne dans la colomne des pieds.

Ensuite on vient aux toises, dont l'opération s'en fera suivant l'exemple précédent, en ôtant 9 de 10, dont il reste 1, & retenant 1; puis en ôtant 4 de 10, dont il reste 6, & retenant 1, & ôtant cet 1 seulement du nombre supérieur 7 à cause du 0 qui est au-dessous, il reste 6; enfin en ôtant 2 de 3 il restera 1.

Il faut remarquer que si dans l'opération des pieds on n'avoit pû ôter le nombre inférieur du supérieur, il auroit fallu y ajoûter une toise qui est

6 pieds, ainsi on auroit eu 11 pieds dont il auroit fallu ôter le nombre inférieur en retenant 1 toise pour joindre avec le premier chiffre des toises à ôter.

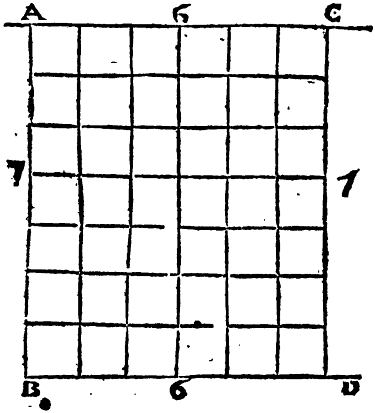
Nous supposons dans cet exemple, que le pied & la toise ne sont que des longueurs simples, & non pas des superficies; car le pied en superficie vaut 144 pouces en superficie; & la toise vaut ou contient 36 pieds en superficie; c'est pourquoi s'il avoit fallu ôter un nombre de pouces de superficie d'un autre nombre de pouces en superficie, & que le nombre supérieur n'eût pas été assez grand, il lui auroit fallu ajoûter un pied en superficie, ou 144 pouces. Il faut entendre la même chose des 36 pieds de superficie que contient la toise en superficie; mais nous parlerons de ces superficies dans la Regle suivante.

TROISIE'ME REGLE.

MULTIPLICATION.

LA Multiplication est une Regle qui sert à connoître qu'elle est la somme d'une quantité prise plusieurs fois : mais cette quantité doit être considérée diversement ; car si nous n'avons seulement égard qu'au nombre de fois qu'elle sera prise, la somme sera de la même nature que la quantité proposée. Par exemple, six toises en longueur prises cinq fois font 30 toises en longueur ; 7 pieds en superficie pris quatre fois font 28 pieds en superficie ; mais lorsqu'on multiplie une longueur, comme de six toises par une autre longueur comme de 7 toises, on a le produit de 6 par 7, ou bien six fois 7, ou sept fois six, ce qui est la même chose, & qui fait 42 toises, & ces toises ne sont plus considerées comme des toises en longueur, mais en

en superficie quarrée. Où il faut remarquer que lorsqu'on prend seulement une quantité un certain nombre de fois, c'est-à-dire lorsqu'on multiplie une longueur par un nombre, le produit ou la somme est de la même nature que la quantité proposée : mais ce n'est pas la même chose lorsqu'on multiplie une longueur par une longueur de même nature; car alors on considere qu'une des longueurs, comme A C de 6



toises, a une toise de largeur ou de hauteur, & par conséquent que c'est

une bande de 6 toiſes de long ſur une toiſe de large, ce qui contient ſix toiſes en ſuperficie quarrée, & ces ſix toiſes étant multipliées par ſept, ou bien étant priſes ſept fois, font comme ſept bandes de ſix toiſes chacune en ſuperficie quarrée, ce qui fait en tout 42 toiſes quarrée.

Ce que nous diſons de la ſuperficie quarrée ſe doit entendre de même des ſolides, comme ſi l'on multiplie 4 toiſes de longueur par 5 toiſes de longueur, on aura 20 toiſes en ſuperficie, & ce produit étant multiplié par 3 toiſes, on aura 60 toiſes ſolides ou cubiques, c'eſt-à-dire qui ont ehacune une toiſe de longueur, de largeur & de hauteur; car dans la multiplication des 20 toiſes par 3 toiſes, on n'entend pas ſeulement que ces 20 toiſes en ſuperficie ſont priſes 3 fois, mais qu'elles ſont multipliées par 3 toiſes, c'eſt-à-dire qu'il faut conſiderer ces 20 toiſes comme ayant une hauteur d'une toiſe, & ainſi ce feront 20 toiſes cubiques, qui

étant prises 3 fois font 60 toises cubiques ou solides.

Il semble que ce n'est pas une chose nécessaire pour un Arpenteur de sçavoir mesurer les solides, puisque son art n'a pour objet que les simples superficies; mais comme nous donnons ici des préceptes pour plusieurs choses, comme pour la mesure des eaux dont un Arpenteur doit avoir besoin dans plusieurs rencontres, nous avons trouvé à propos d'expliquer, comme en passant, dans ce petit abrégé d'Arithmetique, ce qui est le plus nécessaire pour la mesure des corps ou des solides.

PREMIER EXEMPLE.

De la Multiplication simple.

Soit la quantité proposée que l'on doit multiplier 529
par le nombre 46

Il faut d'abord remarquer, que le plus grand des deux nombres pro-

posez doit être écrit au-dessus, & le plus petit au dessous, comme on voit dans cet exemple, ce qui se fait pour éviter le nombre des lignes de chiffres dans l'opération; car il y en aura toujours autant qu'il y aura de chiffres dans le nombre inférieur. Mais quand on écriroit le plus grand des deux nombres au-dessous du plus petit, on ne laisseroit pas de trouver le même produit; car il n'importe pas que l'on multiplie 3 par 4 ou 4 par 3 puisque l'on aura toujours le même produit 12; & de même de 15 par 9 ou 9 par 15 ou bien 9 par 10, & puis par 5, ce qui donnera le même produit 135; & ainsi du reste.

De plus les nombres ou les quantitez doivent être mises dans les mêmes colomnes, c'est-à-dire en ordre suivant leur valeur.

Je commence donc l'opération par le premier nombre de dessous, qui est 6, en multipliant tout le nombre supérieur par ce nombre 6 en cette sorte.

```
   529
    46
 -----
  3174
 2116
 -----
 24334
```

Ayant tiré une ligne au-dessous des deux nombres proposez, je dis, six fois 9 font 54, & posant un 4 dans la colomne du nombre 6 multipliant je retiens cinq dixaines qui se trouvent dans 54, c'est à-dire que je retiens 5 pour joindre au nombre suivant. Je dis ensuite, six fois 2 valent 12, & qui avec 5 que j'ai retenu font 17, j'écris donc 7 ensuivant, & je retiens 1 à cause de la dixaine qui est au nombre 17. Enfin je dis, six fois 5 font 30, qui avec 1 que j'ai retenu font 31 que jécris aussi ensuite. Ainsi je connois d'abord que cette premiere ligne de Multiplication 3174 est le produit de 529 par 6, ou de 6 par 529.

Je passe au second chiffre 4 du nombre qui multiplie, que l'on appelle *multipliant*, & je dis, quatre fois 9 valent 36, c'est pourquoi j'écris 6 au-dessous du 4 nombre mul-

tipliant, & je retiens 3, puis quatre fois 2 font 8, qui avec 3 de retenus font 11; j'écris donc 1 ensuite & je retiens 1; je dis enfin quatre fois 5 font 20, qui avec 1 font 21, que j'écris ensuite. Cette seconde opération me montre que le nombre 529 étant pris quatre fois, ou multiplié par 4, fait 2116. Mais comme le nombre multipliant 4 vaut quatre dixaines étant dans la colomne des dixaines, le nombre 2116 sera aussi un nembre de dixaines, c'est pourquoi il est avancé d'une colomne au-dessous du premier. On peut écrire si l'on veut un o audevant de ce nombre au-dessous du 4; mais il suffit que les chiffres soient bien placez dans leur colomne.

On a donc deux produits ou deux lignes de produits à cause qu'il y a deux chiffres dans le nombre inferieur multipliant, lesquelles deux lignes on doit additionner ensemble par la regle des Additions simples, & l'on trouvera le produit total de la multiplication 24334.

Si le nombre multipliant avoit trois chiffres ou plus, ce seroit toujours la même opération, en se souvenant d'écrire toujours le premier nombre du premier produit au-dessous du chiffre multipliant, comme nous venons de pratiquer; & si ce premier nombre ne se trouvoit qu'un o, comme par exemple dans le produit de 6 par 5 qui font 30, il faudroit écrire un o à la place du chiffre qui y pourroit être, puisque le o doit être consideré comme un autre chiffre qui pourtant n'a aucune valeur, & puisqu'on ne le doit jamais négliger que dans les endroits où il peut être sous-entendu, comme nous venons de dire pour le commencement de la ligne 21160; car la place des seuls chiffres 2116 par rapport aux superieurs, montre assez que le premier qui est 6 vaut des dixaines. Il en seroit de même s'il y avoit deux, trois ou plusieurs o sous entendus, leur valeur étant marquée par les colomnes des chiffres supérieurs.

SECOND EXEMPLE.

De la Multiplication simple.

Cette regle étant une des principales dans les opérations qui sont nécessaires pour l'Arpentage, nous donnerons encore un exemple de la Multiplication simple.

Quantité à multiplier	7206
par	1090
	648540
	7206
Somme	7854540

Puisque le premier chiffre du nombre multipliant est o, tout le produit du nombre supérieur par o ne sera que o; c'est pourquoi toute la premiere ligne ne seroit que o, lesquels ne serviroient à rien, hormis le premier qui sert à faire valoir ou à marquer la colomne des chiffres de la seconde ligne, & qu'il faut écrire à sa place.

On passe donc ensuite au second chiffre du multipliant, qui est 9, & l'on dit, neuf fois 6 font 54; on écrit donc 4 au-dessous du multipliant 9; & l'on retient 5. Mais ensuite on dira neuf fois o font o, qui avec 5 ne font que 5 qu'il faut donc écrire ensuite. Après je dis neuf fois 2 font 18, j'écris donc 8 après le 5 & retiens 1, & je dis enfin neuf fois 7 font 63, qui avec 1 font 64 que j'écris après le 8.

Pour la troisiéme ligne de la Multiplication ce ne seroit que des o comme dans la premiere, & parce que les colomnes de la valeur des chiffres sont déja désignées ou marquées par la ligne supérieure de la Multiplication, il ne sera pas nécessaire d'écrire aucun o; il faut donc passer au dernier chiffre du nombre multipliant, & dire une fois 6 est 6, que j'écris sous le chiffre 1 multipliant; après je dis une fois o est o que j'écris ensuite; puis une fois 2 est 2 que j'écris aussi en son rang; Et enfin une fois 7 est 7 que j'écris à la fin. Il faut

remarquer comme nous l'avons déja fait, que le chiffre multipliant 1 de cette derniere ligne étant à la place ou dans la colomne des milles, le premier chiffre de sa ligne qui est 6 doit aussi être à la place des milles; c'est pourquoi les 7206 valent autant de milles que ce nombre vaudroit d'unitez, c'est à sçavoir sept millions deux cens six milles.

On additionneta ensuite ces deux lignes de Multiplication, & l'on trouvera le nombre 7854540 pour tout le produit.

TROISIÉME EXEMPLE.

De la Multiplication composée de differentes parties.

Cette Multiplication composée ne peut avoir lieu que pour les produits qui sont d'une autre nature que les quantitez multipliées ou multipliantes, comme dans l'exemple suivant où les nombres proposez sont des longueurs qui doivent produire des superficies.

Soit donc le nombre
à multiplier 45 to 5 p 3 po longueur
par 7 2 9 longueur

Pour faire cette opération commodément & facilement, il faut réduire en pouces tans les toises que les pieds des deux longueurs proposées, puisqu'il y a des pouces dans ces grandeurs, ce qu'il faudroit faire aussi, quand même il n'y auroit des pouces que dans l'une des deux, & ayant fait une somme de tous les pouces, qui sont contenus dans la quantité qu'on doit multiplier, & semblablement une somme de tous les pouces de la quantité multipliante, on les murtipliera l'un par l'autre comme dans la Multiplication simple. Ainsi dans l'exemple proposé les 45 toises étant multipliées par 6, qui est le nombre des pieds contenus dans chaque toises, on aura en longueur 270 pieds, ausquels on joindra aussi les 5 pieds qui sont dans ce nombre à multiplier, ce qui fait 275 pieds

en longueur, que l'on multipliera enfin par 12, qui eſt le nombre des pouces de longueur contenus dans chaque pied, ce qui donnera 3300 pouces en longüeur, auſquels on ajoutera encore les trois pouces qui ſont donnez dans ce nombre. Ainſi la valeur entiere du nombre qui doit être multiplié étant réduit en pouces de longueur ſera 3303 pouces.

On fera la même choſe pour la réduction en pouces de longueur, du nombre multipliant que l'on trouvera de 537 pouces. Il faudra donc multiplier comme dans la Multiplication ſimple 3303 pouces en longueur par 537 pouces en longueur, & l'on trouvera 1773711 pouces en ſuperficie ou quarrez.

Mais pour ſçavoir combien ce nombre de pouces quarrez vaut de toiſes & de pieds quarrez ou en ſuperficie, il faudra ſe ſervir de la diviſion, qui eſt la régle ſuivante que nous allons enſeigner.

On fera la même choſe pour les

ſolides en réduiſant chacune des trois dimentions propoſées à la plus petite partie de la toiſe ou du pied, qui ſera propoſée dans l'une des trois grandeurs données; & ayant multiplié deux de ces trois produits l'un par l'autre, le produit qui en viendra ſera encore multiplié par le troiſiéme reſtant; enfin ce dernier produit ſera le nombre des pouces ſolides ou cubiques contenus dans le ſolide, dont on a donné les trois dimenſions, s'il y a des pouces, c'eſt-à-dire la longueur, la largeur & la hauteur. Remarquez que chacune des trois dimenſions données n'eſt ſeulement quen longueur, & qu'on en doit faire la réduction comme on a fait ci-devant pour les ſuperficies en pieds & en pouces, avant que de faire la Multiplication. Enfin le produit que l'on aura trouvé ſera diviſé, comme nous enſeignerons, pour en faire des toiſes & des pieds ſolides.

QUATRIE'ME REGLE.

DIVISION.

CETTE Regle sert à trouver combien de fois un nombre est contenu dans un autre exactement, sans avoir égard à ce qu'il peut rester; comme nous disons que si l'on divise 25 par 4, c'est trouver combien de fois 4 est contenu exactement dans 25, & nous voyons qu'il y est six fois, & de plus qu'il reste 1.

On doit faire sur cette regle les mêmes observations que nous avons faites sur la précédente, mais dans un sens contraire, c'est-à-dire qu'on peut considérer la Division d'une quantité simplement, & trouver combien de fois une autre quantité de même nature est contenuë dans celle qui est proposée, comme dans 72 toises, soit en longueur ou en superficie, ou enfin en solide on trouvera que quatre toises de même na-

ture, c'eſt-à-dire en longueur, en ſuperficie ou en ſolide, y ſont compriſes 18. fois. Mais ſi l'on conſidére la quantité propoſée comme une ſuperficie dont on veut trouver le côté, ou comme un ſolide qu'on veut réduire à ſon côté ou à ſa baſe, la quantité qui diviſera doit être d'une autre nature que celle qui eſt diviſée, comme ſi l'on diviſoit une ſuperficie de 100 toiſes par une longueur de 20 toiſes, ce qui viendra de la diviſion ſera auſſi une longueur qui ſera dans cet exemple 5 toiſes; car on voit que ſi l'on multiplie 20 toiſes de longueur par 5 toiſes de longueur, le produit ſera 100 toiſes en ſuperficie, comme nous avons enſeigné dans la Multiplication, la Diviſion ne faiſant que le contraire de la Multiplication, & la Multiplication le contraire de la Diviſion.

On doit entendre la même choſe d'un ſolide que l'on peut diviſer par une ſuperficie que l'on appelle la baſe, ou par une ligne que l'on appelle

le côté; en sorte que si on le divise par une superficie, ce qui vient de la division sera une ligne ou longueur que l'on considere comme le côté ou comme la hauteur du solide; mais si on le divise par une ligne ou par une hauteur, ce qui viendra de la division sera une superficie que l'on considere comme la base.

Le nombre *diviseur* est celui qui divise la quantite proposée à diviser; & le nombre qui vient de la division s'appelle *quotient.*

PREMIER EXEMPLE.

De la Division simple.

Il faut écrire le nombre à diviser en telle sorte qu'on puisse écrire des chiffres au-dessus & au-dessous, & mettre le diviseur à part, comme on voit en cet exemple.

xx

Nombre à diviser 37. 5. 9 (150 $\frac{9}{25}$

x5

Nombre diviseur 25 xx5

On

On commence la premiere opération par les derniers nombres à gauche, en prenant dans le nombre à diviser une même quantité de chiffres qu'il y a dans le nombre diviseur, c'est-à-dire en cet exemple deux chiffres qui sont ensemble 37. après lesquels je mets un point. Ensuite j'éxamine combien de fois le diviseur 25 peut être contenu dans le nombre 37, & je trouve qu'il n'y peut être qu'une fois; c'est pourquoi j'écris 1 au quotient après le nombre proposé comme dans une parenthese, & ayant multiplié le diviseur 25 par le nombre du quotient, qui n'est que 1 en ce cas, j'écris le produit qui est 25 au-dessous des 37, & j'ôte ce nombre 25 de 37 par la regle de la Soustraction, en écrivant au-dessus des 37 le reste de la soustraction qui est 12, & effaçant ou barrant les 37 & les 25.

pour la seconde opération je prens un chiffre de plus que pour la premiere dans le nombre à diviser, le

quel chiffre eſt 5, & qui étant joint au reſte précédent ſuivant leur poſition, en prenant 5 pour le premier, le tout enſemble fera 125. Dans ce nombre 125 je conſidere combien de fois le diviſeur 25 peut y être contenu, & je trouve qu'il y eſt 5 fois; j'écris donc 5 au quotient après 1, & ayant multiplié le diviſeur 25 par ce nombre 5 du quotient, le produit qui eſt 125, doit être écrit au-deſſous des 125 du nombre à diviſer. On fera enſuite la ſouſtraction pour ôter du nombre ſuperieur 125 le nombre inférieur 125; & à cauſe qu'ils ſe trouvent égaux, en ce cas il n'y aura aucun reſte, il faudra donc ſeulement les effacer tous deux.

Pour la troiſiéme opération qui eſt ici la derniere, je prens un chiffre enſuite du dernier dans le nombre à diviſer, lequel chiffre eſt 9; mais comme il n'y a point de reſte dans l'opération précédente, je voi que dans le nombre de 9 le diviſeur 25 n'y eſt pas contenu, c'eſt pour-

quoi j'écris au quotient un o ensuite des autres chiffres. Il reste donc 9 de cette opération que l'on écrit après le quotient à la maniere des fractions, en mettant le reste 9 pour numerateur, & le nombre diviseur 25 pour dénominateur de cette fraction. On trouve donc que dans le nombre 3759 celui de 25 y est contenu 150 fois avec 9 de reste, ce qui fait la fraction de neuf vingt-cinquiémes.

On fait la preuve de cette division en multipliant le quotient 150 par le diviseur 25, en laissant la fraction à part; & il faut que le produit de la multiplication avec les 9 qui sont restez fassent le nombre proposé.

SECOND EXEMPLE.

De la Division simple.

2
xx86
Nombre à diviser xxȝ. 8. ø. 4. 3 (3027
xxx7
Diviseur 409 8x8

Ayant d'abord retranché du nombre à diviser trois chiffres vers la gauche, lesquels sont 123 à cause que le nombre diviseur a trois chiffres, j'éxamine combien de fois le diviseur 409 est contenu dans 123, & je voi qu'il ne peut pas y être contenu, puisqu'il est plus petit ; c'est pourquoi il faudroit écrire un o au quotient : mais comme ce o feroit le premier chiffre vers la gauche, il ne serviroit de rien, & c'est pour cette raison qu'on ne l'écrit point.

On prend donc encore un autre chiffre qui est le suivant 8, & l'on a le nombre 1238, dans lequel on examine combien de fois peut être contenu le diviseur 409, & l'on voit qu'il peut y être trois fois ; c'est pourquoi l'on écrit 3 au quotient, qui servent à multiplier le diviseur 409, dont le produit sera 1227, lesquels on écrit au-dessous des 1238 du nombre à diviser, & duquel nombre on les ôte en écrivant au-dessus le reste qui est 11. & en effaçant les

deux nombres 1238 & 1227.

Pour la troisiéme opération on prend un autre chiffre vers la droite dans le nombre à diviser, ce chiffre est 0, & qui avec le reste fait la somme de 110. On considére donc si dans ce nombre 110 le diviseur 409 peut être contenu; mais comme il est plus petit on écrit un 0 au quotient ensuite du 3, & l'on passe à la quatriéme opération.

Ayant pris le chiffre suivant 4 dans le nombre à diviser, la somme de ce chiffre & des autres qui le précedent sera 1104, dans laquelle on considere combien de fois peut être contenu le diviseur, & l'on trouve qu'il ne peut y être que deux fois; car trois fois ce diviseur seroit 1227, qui est un plus grand nombre que 1104; j'écris donc seulement 2 au quotient, & ayant multiplié 409 par ce nombre 2, le produit sera 818, que j'écris au dessous des 1104 dont je les ôte, & il reste 286 que j'écris au dessus après avoir effacé les deux nombres 1104 & 818.

Enfin, pour la derniere opération on prend encore un chiffre vers la droite, qui avec ceux qui sont restez font la somme de 2863, dans laquelle j'examine combien de fois le diviseur 409 peut être compris, & je trouve que c'est 7 fois juste : car si je n'avois jugé d'abord que si fois, en faisant à part la Multiplication de 409 par 6, j'aurois trouvé le nombre 2454 moindre que 2863, & j'aurois vû qu'on auroit pû ajouter encore à ce nombre une fois le diviseur 409, qui auroit fait 2863 justement. J'écris donc au quotient le chiffre 7 après les autres, & je dis que le nombre qui vient de la division est 3027 sans aucun reste.

La preuve s'en peut faire en multipliant ce quotient trouvé par le diviseur, & le produit doit être le nombre proposé si l'on a opéré justement.

Pour réduire au pied & à la toise un nombre de pouces & de pieds donnez.

SI le nombre proposé est de pouces en longueur, il le faut diviser par 12 qui est le nombre des pouces de longueur que contient un pied, & le quotient sera des pieds en longueur. Si ces pouces donnez étoient en superficie, il faudroit faire la division par 144 qui est le nombre de pouces en superficie que contient le pied quarré, & le quotient sera le nombre des pieds quarrez contenus dans le nombre des pouces donnez. Et si les pouces donnez étoient solides ou cubiques, il faudroit faire la division par 1728 qui est le nombre des pouces cubiques contenus au pied, & le quotient seroit les pieds cubiques contenus dans le nombre de pouces donnez. La même chose doit s'entendre de la toise, lorsque l'on a des pieds donnez, en sçachant que la toise de longueur contient six

pieds en longueur, la toiſe en ſuperficie en contient 36 en ſuperficie, & la toiſe ſolide contient 216 pieds ſolides; on doit ſe ſervir de ces nombres pour faire les diviſions qui réduiſent les pouces aux pieds, & les pieds à la toiſe. On doit écrire après chaque réduction les pouces, & les pieds reſtans de la diviſion, comme nous verrons dans cet exemple des ſuperficies.

Soit donné le nombre des pouces en ſuperficie 57838, ayant fait la diviſion par 144, on aura quotient 401 pieds en ſuperficie, & il reſtera 94 pouces, on diviſera ce quotient 401 par 36, & l'on trouvera au quotient 11 qui ſeront des toiſes; mais il reſte 5 pieds de cette ſeconde diviſion : ainſi le nombre des pouces donnez contient 11 toiſes 5 pieds 94 pouces.

TROISÉME

TROISIÉME EXEMPLE.

De la Division composée de differentes parties de la toise.

Soit donné premierement une longueur de 35 toises 5 pieds 7 pouces qu'il faut diviser par une autre longueur de 8 toises, 3 pieds 6 pouces, c'est-à-dire qu'on veut sçavoir combien de fois cette longueur de 8 toises 3 pieds 6 pouces sera contenuë dans la premiere.

Il faut réduire en pieds les toises des deux nombres, ce qui se fait en multipliant le nombre des toises par 6 qui est le nombre des pieds de la toise en longueur ; ainsi au lieu de 35 toises, on aura 210 pieds, qui étant joints à 5 pieds qui sont aussi donnez, la somme des pieds sera de 215. Semblablement les 8 toises du diviseur se réduiront à 48 pieds, & avec 3 pieds la somme sera 51 pieds. On réduira maintenant ces nombres de pieds en pouces de longueur en les

multipliant par 12, ce qui donnera 2580 pouces en longueur au lieu de 215 pieds & ajoutant à ce nombre les 7 pouces donnez, la somme totale du nombre à diviser sera de 2587 pouces, & celle du diviseur se trouvera par la même réduction de 618 pouces. Enfin cette réduction étant faite, on divisera comme dans la Division simple le nombre 2587 par 618, & le quotient sera le nombre de fois que 8 toises 3 pieds 6 pouces sont contenus dans 35 toises 5 pieds 7 pouces; s'il y a du reste après la division, ce seront des pouces qu'il faudra réduire en pieds s'il s'en trouve assez pour cela, ce qui se fera en divisant le reste par le nombre des pouces qui sont au pied; & enfin si le nombre des pieds trouvez par la Division peut être remis ou réduit en toises, on le fera aussi par la Division, en divisant le nombre qu'on aura trouvé par le nombre des pieds de la toise.

On n'écrit point le reste du nom-

bre à diviser en maniere de fraction, comme on a enseigné ci-devant : car on ne dit pas, par exemple, qu'une grandeur est contenuë si fois & un tiers de fois ou deux cinquiémes de fois dans une autre grandeur ; & l'on dit fort bien que 4 toises & $\frac{2}{3}$ sont contenuës douze fois dans 56 toises, & l'on ne dit pas que douze toises sont contenuës 4 fois & $\frac{2}{3}$ de fois dans 56 toises, quoique le produit de 12 par 4 $\frac{2}{3}$ ou 4 $\frac{2}{3}$ par 12 donne le même nombre 56.

Secondement si le nombre proposé à diviser étoit une superficie de 38 toises 25 pieds 47 pouces par une autre superficie, c'est-à-dire si l'on cherchoit combien de fois la superficie du diviseur est contenuë dans la superficie à diviser, on feroit une opération semblable à la précédente, en réduisant les toises & les pieds donnez en superficie aux pouces en superficie, par la multiplication du nombre des pieds & des pouces de superficie contenus dans la toise &

dans le pied en superficies, & après cette réduction en faisant la division à l'ordinaire, & le reste de la division étant remis en pieds & en toises de superficie : mais si l'on divise la superficie proposée par une longueur comme de 5 toises 3 pieds 9 pouces, le quotient doit être une autre longueur qui sera le côté d'un parallelogramme rectangle, laquelle longueur étant multipliée par la longueur du diviseur, doit donner la superficie proposée.

Pour faire cette regle, il faut réduire les 38 toises, 25 pieds 47 pouces de superficie donnez en pouces de superficie, comme nous avons déja enseigné, en multipliant les toises par 36, & le produit joint aux pieds donnez par 144, & l'on trouvera en tout 200639 pouces de superficie. On réduira aussi le diviseur en pouces de longueur, puisque le diviseur est une longueur donnée, en multipliant les toises par 6 & les pieds par 12, & l'on trouvera en tout 405 pouces de lon-

gueur pour le diviſeur, ou pour le côté donné de la ſuperficie propoſée. Ayant donc diviſé les pouces de ſuperficie 200639 par la longueur 405 pouces, il viendra au quotient 495 pouces de longueur & $\frac{164}{405}$ de pouces, ce qui ſera l'autre côté de la ſuperficie.

Si les toiſes, les pieds & les pouces donnez ſont cubiques ou ſolides, on réduira le tout en pouces cubiques par la multiplication du nombre des pieds cubiques qui ſont dans la toiſe cubique, & par le nombre des pouces cubiques qui ſont dans le pied cubique. On fera auſſi la réduction en pouces du nombre diviſeur, ſoit en ſuperficie ou en longueur, ſuivant qu'il ſera donné.

CINQUIE'ME REGLE.

De l'Extraction de la Racine quarrée.

CEtte Regle sert à connoître le côté d'un quarré égal à une superficie donnée, en sorte que quand le côté est trouvé, si on le multiplie par lui-même, le produit doit être la superficie proposée.

Il y a une regle universellement reçûë par tous les Arithmeticiens pour faire cette opération, mais elle est fort difficile à cause des précautions qu'il faut prendre, tant pour la position des chiffres, que pour les nombres qu'on doit poser, que l'on ne peut reconnoître qu'après plusieurs tâtonnemens. Cette regle est entierement differente des autres, quoiqu'elle soit en partie composée de la Division.

Voici une maniere nouvelle pour faire cette regle par quelques Divisions ordinaires, dont la derniere ne

ſert fort ſouvent que de preuve à cette opération. Je ne crois pas que perſonne ſe ſoit ſervi de cette methode, & j'eſpere qu'elle ſera d'autant mieux reçûë du Public, que ſon opération eſt fort ſimple, & qu'elle n'a beſoin que d'une ſeule regle, ſans aucune obſervation dans la poſition des chiffres après qu'on a fait la préparation qui n'eſt qu'une petite diviſion, dans laquelle lorſque les nombres ne ſont pas bien grands, il n'eſt pas néceſſaire de mettre la main à la plume, comme on le verra par les exemples.

On ſuppoſe que l'on ſçache les racines ou les côtez des dix premiers quarrez, dont nous donnons ici une petite Table pour ſervir à ceux qui n'en ont pas la connoiſſance.

Table des racines ou côtez des quarrez, depuis l'unité jusqu'à 100 avec la difference des quarrez.

Racine ou côtez	Quarrez.	Differences.
1	1	
2	4	3
3	9	5
4	16	7
5	25	9
6	36	11
7	49	13
8	64	15
9	81	17
10	100	19

PREMIER EXEMPLE.

De l'Extraction de la Racine quarrée.

Soit le nombre proposé en ſuperficie 8. 64, 93, qui ſeront des toiſes, des pieds, des pouces, ou tout ce que l'on voudra en ſuperficie. On demande le côté d'un quarré qei ſoit égal à cette ſuperficie, ou tout au moins le

côté du plus grand quarré qu'on puisse former avec les parties proposées, sans avoir égard au reste. Ainsi ce côté doit être une ligne ou une longueur composée de plusieurs fois le côté d'une des parties proposées ; comme si le nombre proposé est de pieds en superficie, on connoîtra en pieds de longueur le côté du quarré que l'on cherche, & ainsi des pouces ou des autres quantitez proposées. Lorsque dans le nombre proposé il y a un nombre de parties au-delà du plus grand quarré qu'on en puisse tirer, on ajoute une fraction à la longueur ou à la racine trouvée, pour pouvoir approcher de plus près de la longueur ou du côté d'un quarré égal à toute la superficie donnée, lequel côté ou racine pour l'ordinaire ne peut pas être connu geométriquement, c'est-à-dire, comme parlent les Géometres, que le côté du quarre qui seroit justement égal à la superficie proposée, seroit incommensurable au côté d'une des parties proposées. Venons à l'opération.

On ſépare avec des points les chiffres du nombre propoſé de deux en deux, en commençant à droite, & l'on prend le plus grand quarré qui ſoit contenu dans la valeur des chiffres de la derniere ſéparation; enſuite on prend la différence de ce quarré au nombre de la derniere ſéparation, laquelle ſera ici 4, on ajoute à cette difference autant de chiffres qu'il y a de ſéparation, ſans compter la derniere, qui ſont ici deux, leſquels chiffres on prend enſuite de la derniere diviſion. Ces deux chiffres ſont donc 64, au devant deſquels on met le reſte 4 qu'on a trouvé ci-devant, ce qui fait en tout 464. Il faut remarquer que les o qui ſe trouveroient depuis la derniere diviſion doivent être comptez dans la jonction que l'on fait du reſte avec les nombres qui ſuivent la premiere ſéparation.

On diviſe après ce nombre 464 par la difference 5 qui eſt entre le quarré 4 qu'on a pris dans la derniere ſéparation, & l'autre quarré plus proche &

ſuperieur qui eſt ici 9. Le quotient de cette diviſion ſera 93 à très peu près, leſquels 93 j'écris enſuite de la racine 2 du quarré 4 que j'ai pris, ce qui fait 293, lequel nombre ſera le Diviſeur du nombre propoſé. Quand au lieu de 293 j'aurois pris pour diviſeur le nombre 294 ou 292, l'opération ne ſeroit pas moins juſte; mais il vaut mieux prendre un plus grand nombre qu'un plus petit, car ce premier diviſeur, qu'on peut appeller la premiere racine, eſt toujours plus petit que la veritable; & même l'on peut connoître par la ſeule inſpection du nombre propoſé quel eſt ce défaut à très peu près; mais il vaut mieux faire une diviſion de plus, que de charger la memoire d'un nouveau précepte. Cette petite diviſion que nous venons de faire qui ne peut avoir pour diviſeur qu'un ou deux chiffres tout au plus, n'eſt pas comptée pour une des opérations ou diviſions de la Regle.

Ayant donc diviſé tout le nombre

proposé par 293, il vient au quotient 295, & le reste du nombre est 58, auquel je n'ai nul égard présentement.

Je prens la difference entre le nombre diviseur 293, & le quotient trouvé 295, laquelle est 2, dont j'ajoute la moitié qui est 1, au plus petit de ces deux nombres 293; la somme sera donc 294, qui est la racine ou le côté du quarré que l'on cherche, où il n'y aura qu'une très petite difference entre ce nombre 294 & la racine cherchée; ce que l'on pourra vérifier en divisant encore le nombre proposé par 294, & l'on trouvera que le quotient sera aussi 294, ce qui est une preuve que le nombre 294 est la racine cherchée.

Pour les 57 qui restent après la division, on en fait une fraction en cette sorte $\frac{57}{589}$ en écrivant ce reste 57 pour le numérateur, & en doublant la racine trouvée, & y ajoutant 1 pour le dénominateur de la même fraction. Cette fraction est un peu

plus petite qu'il ne faudroit, mais cela n'est pas considérable, si le nombre proposé est en petites parties, comme pieds ou pouces.

On doit remarquer que lorsque le quotient n'est different du diviseur que de 1 ou de l'unité, comme on parle ordinairement, il faut prendre le plus petit nombre des deux pour la racine proposée; car l'on trouvera que si l'on divise le nombre proposé par le plus grand de ces deux nombres, le quotient ne sera pas un nombre égal au diviseur, mais il sera plus petit d'une unité, c'est à-dire, qu'il sera égal au plus petit des deux.

Si le nombre diviseur & le quotient ne sont differens l'un de l'autre que de 2, il n'y aura qu'à ajouter la moitié de deux, qui est 1, au plus petit des deux nombres, & l'on aura la racine cherchée, pourvû qu'il soit resté 1 après la division, comme on a trouvé en cet exemple.

Il faut encore remarquer que si la difference entre le diviseur & le quo-

tient eſt un nombre impair, il faut négliger le demi qui ſe trouve dans la moitié qu'on doit joindre au plus petit des deux nombres.

On doit enfin remarquer que le premier diviſeur du nombre propoſé doit toujours avoir autant de chiffres qu'on a trouvé de ſéparations, & s'il en manque on y ſubſtituera des o comme on le verra dans l'exemple ſuivant.

SECOND EXEMPLE.

De l'Extraction de la Racine quarrée.

Soit le nombre propoſé 1.07.64.00. lequel étant ſéparé de deux en deux chiffres, il ne reſte que 1 dans la derniere ſéparation, & il y a trois ſéparations ſans compter la derniere à gauche. Or le plus grand quarré dans 1 eſt 1, & il ne reſte rien, c'eſt pourquoi je prens ſeulement les trois chiffres 076 ſuivant cette ſéparation, à cauſe des trois ſéparations, leſquels je diviſe par le nombre 3,

qui est la difference entre le quarré 1, & le quarré suivant 4, & je trouve au quotient 025; car il ne faut pas négliger les 0 au commencement, à cause de la racine 1 du premier quarré 1, laquelle doit être mise avant ce quotient 025, ce qui fera la somme de 1025 pour le diviseur du nombre proposé. La division étant donc faite, on trouvera le quotient de 1050, & la difference entre le diviseur & le quotient sera 25, dont la moitié est 12 $\frac{1}{2}$; mais en négligeant le $\frac{1}{2}$ on ajoutera les 12 au plus petit des deux nombres, qui feront ensemble 1037, ce qui sera la racine du nombre proposé, ou à très peu près; c'est pourquoi on fera encore la division du nombre proposé par 1037, & le quotient viendra 1037, ce qui est une preuve que ce nombre 1037 est la racine que l'on cherche. Le reste sera 1031, dont on fera une fraction pour ajouter à cette racine, de la même maniere que nous avons fait dans l'exemple précédent.

TROISIÉME EXEMPLE

De l'Extraction de la Racine quarrée.

Soit le nombre proposé 11. 07. 64. 09. Ayant fait les séparations de deux en deux, on en trouve trois sans compter la derniere vers la gauche, dans laquelle il se trouve deux chiffres qui valent ensemble 11. On prendra donc les trois chiffres après cette derniere division, qui sont 076, au devant desquels on mettra la difference 2 qui se trouve entre le nombre 11, & le plus grand quarré 9 compris dans ce nombre, ce qui fera la somme 2076, laquelle je divise par 7 qui est la difference entre le quarré 9 & le prochain plus grand 16. Cette petite division étant faite, le quotient sera 297 à très-peu près, que j'ajoute à la racine 3 du quarré 9 que j'ai pris; on a donc le nombre 3297 pour diviseur du nombre proposé, & le quotient de cette divison sera 3359; enfin la difference entre ce quotient

&

& le diviſeur 3297 eſt 62, dont la moitié 31 doit être ajoutée au plus petit de ces deux nombres, ce qui ſera 3328, qui doit être la racine du nombre propoſé, où à très-peu près : mais ayant fait encore la diviſion du nombre propoſé par ce diviſeur 3328, on trouvera que le quotient ſera auſſi 3328, ce qui fait voir que ce nombre eſt la véritable racine qu'on cherche. On pourra ajouter à cette racine la fraction qui lui convient, ſuivant la méthode du premier exemple.

REMARQUE.

On a attaqué Monſieur de la Hire ſur cette regle dans le Journal du 19. Février 1691, comme s'il l'avoit donnée lui-même : mais premierement l'Auteur de cette critique a tort de l'attribuer à Monſieur de la Hire, puiſqu'elle ne porte pas ſon nom, ni le Livre où elle eſt inſérée, & quoique Monſieur de la Hire ait préſenté ce Livre à l'Académie pour en avoir ſon appro-

bation, il ne l'a pas présenté comme en étant l'Auteur.

Secondement il ne devoit pas traiter cette regle de fausse, puisqu'il reconnoît lui-même ensuite qu'elle est vraye. Que si on ne l'a pas énoncée dans toute son étenduë, c'est qu'on a jugé que les Exemples étoient suffisans pour en donner l'intelligence, & pour suppléer à ce que l'on n'avoit pas exprimé dans l'énoncé; & de plus cet énoncé étant suffisant pour la pratique de l'Arpentage.

Mais l'Auteur de cette remarque fait voir qu'il n'est pas fort versé dans les Mathematiques, puisqu'il donne une Regle comme générale pour former des nombres où la méthode de ce Livre doit se trouver fausse. On forme suivant cette Regle plusieurs nombres comme 10200 *par le moyen de* 100, 7395 *par le moyen de* 85 *&c. & cependant on trouve les racines quarrées de ces nombres par la méthode de ce Livre en n'employant que deux divisions.*

Pour les remarques qu'il donne à la

fin de sa critique, il les a prises mot pour mot de ce qui est dans ce Livre, où il les a déguisées sous des termes équivalans, à l'exception toute fois de ce qu'il dit qu'il faut faire quelquefois plus de deux divisions pour trouver la véritable racine; mais il aura de la peine à persuader au Public que celui qui a pû inventer cette méthode, dont la démonstration est assez difficile à ceux qui n'ont pas une grande connoissance des nombres, n'ait pas vû qu'il y a des cas où il faut employer plus de deux divisions.

L'Auteur de cette critique s'est enfin fait connoître sous le nom de Monsieur Mazieres dans le Journal du 11. Juin, & c'est en cet endroit qu'il a fait voir qu'il n'avoit pas entendu la Regle qu'il vouloit reprendre : car on a reconnu qu'il oublioit de mettre un chiffre dans le premier diviseur, ce qui est remarqué exprès dans cette Regle de peur qu'on ne s'y méprit. Cette omission, qu'on ne peut pas pardonner, a donné lieu à sa critique & à toutes ses remar-

ques, comme a fait voir Monsieur Pothenot dans le Journal du 9. Juillet suivant.

Enfin j'avertirai ici que l'Auteur de la Méthode que nous donnons, a toujours tâché de réduire les Mathématiques aux principes les plus simples qu'il lui étoit possible, comme il a fait en réduisant ces extractions de racines à la division ordinaire dans laquelle il ne faut presque pas tâtonner pour trouver les chiffres du quotient. On connoîtra si les méthodes ordinaires sont plus simples que celle-ci par les Exemples que je rapporte de ces extractions, dans lesquels j'ai suivi la Méthode d'un des plus fameux Arithmeticiens de ce temps.

EXEMPLE.

De l'Extraction de la Racine quarrée selon la Méthode vulgaire.

Soit le nombre proposé 9.27.32.43.04. duquel il faut extraire la racine quarrée.

Ayant séparé les chiffres de deux en deux par des points, comme on a fait ci devant, on prendra la racine quarrée de la derniere division qui est 3, qu'on écrira au quotient & sous le nombre 9, puis on dira 3 fois 3 font 9, qu'on ôtera du nombre de dessus 9, & il ne reste rien, on barrera donc le nombre 9 & 3 qui est au dessous.

Après pour trouver un diviseur il faut doubler la racine 3, qui est venuë au quotient, & viendra 6 qu'il faut mettre au dessous de 2, mais en en avançant d'une figure, comme à la division, & puis dire en deux combien de fois 6, mais comme il ne s'y trouve point, il faut barrer le 6 & mettre un o au quotient.

```
   121
  31608
9.27.32.49.04(30452
 36
   604
    6088
     6092
```

Maintenant pour trouver un second diviseur il faut doubler les deux racines 30; car le zero tient lieu de racine, & dire deux fois o font o que j'écris sous 3, & après deux fois 3 font

6 que j'écris ensuite sous le 7 : puis je dis en 27 combien de fois 6, je trouve qu'il n'y peut être que 4 fois que j'écris au quotient & sous le nombre 2, & en continuant, comme à la division, on dira 4 fois 4 font 16 qui étant ôtez de 22 reste 6 que l'on écrira au-dessus du 2, & on retiendra 2; puis quatre fois o font o qui avec 2 ne font que 2, qu'on ôtera du 3 & il restera 1 qu'on écrira au-dessus du 3. Enfin quatre fois 6 font 24, qui étant ôtez de 27 reste 3 qu'on écrira audessus du 7 en effaçant tous les autres nombres hormis ce qui est resté.

On remarquera que si dans la multiplication du nombre 604 par 4 on trouvoit le nombe de dessus trop petit, il faudroit recommencer l'opération & mettre seulement 3 au quotient.

Ensuite on doublera les 3 nombres du quotient 304 & l'on écrira ce double en commençant sous le 4 ce qui sera 608 & l'on cherchera combien de fois 6 sera contenu en 31 ce que

l'on trouve 5 fois; on écrira donc 5 au quotient, & l'on mettra aussi 5 au-devant du 8 sous le 3 : ensuite en faisant comme à la division on multipliera 6085 par le quotient 5, & le produit étant ôté du nombre superieur il restera 1218 que l'on écrira au-dessus en effaçant les nombres de dessous.

Enfin on doublera les chiffres du quotient 3045 ce qui fera 6090 que l'on écrira au-dessous des chiffres supérieurs, en commençant par o ; & en examinant combien de fois 6 est en 12, on le trouve deux fois ; on écrira donc 2 au quotient, & 2 au-dessous du 4, ce qui fera en tout 60902 qui étant multipliez par le quotient 2 on aura 121804, lesquels étant ôtez de 121804 il ne reste rien : c'est pourquoi on connoît que la racine du nombre proposé est justement 30452,

Si l'on cherche cette racine par la Méthode qu'on a donnée ci-dessus, on la trouvera par deux divisions sans

compter la petite division qui sert à trouver le premier diviseur.

Nous parlerons encore de l'extraction de cette racine & de la cubique, après avoit expliqué l'usage des Logarithmes.

SIXIEME REGLE.

De l'Extraction de la Racine Cubique.

ON séparera d'abord de trois en trois tous les chiffres du nombre proposé en commençant vers la droite, comme on voit dans les exemples suivans; & l'on ôtera de la derniere séparation vers la gauche le plus grand cube qu'il sera possible, & l'on mettera le reste à part. Cette derniere séparation peut contenir un, deux ou trois chiffres. Ensuite on prendra autant de chiffres depuis cette derniere séparation en allant vers la droite, qu'il y a de séparations au nombre sans compter la derniére vers la gauche, & les zeros seront ici considérez comme des chiffres. On mettra

tra au-devant de ces chiffres le reste qu'on avoit mis à part, & l'on divisera cette somme par la difference entre le cube qu'on a pris dans la derniere séparation, & le cube suivant supérieur. On mettra le quotient qui viendra de cette division après la racine du cube qu'on a pris d'abord, ce qui fera un nombre qui servira de diviseur au nombre proposé. La division du nombre proposé ayant été faite par ce diviseur, le quotient sera encore divisé par le même diviseur; & le quotient qui viendra de la seconde division, étant ôté du diviseur, s'il est plus petit, sinon le diviseur, étant ôté du quotient, on prendra le tiers du reste qu'on ajoutera au nombre diviseur s'il est plus petit que le dernier quotient, sinon on l'en ôtera, & cette somme ou cette difference sera la racine cubique du nombre proposé, ou bien elle en sera proche.

On réitèrera l'opération en divisant encore le nombre proposé par le dernier nombre trouvé & en divi-

ſant auſſi le quotient de la premiere diviſion par ce même nombre. Si la difference entre le diviſeur & le dernier quotient étoit plus petit que 3, le plus petit nombre du diviſeur ou du quotient ſeroit la racine cubique que l'on cherche; mais ſi la difference eſt 3, ou plus grande que 3, on en prendra le tiers en négligeant les fractions, & on l'ajoutera ou on l'ôtera du diviſeur ſuivant la regle que nous venons d'en donner, ce qui donnera la véritable racine cubique du nombre propoſé, ou bien une qui en ſera fort proche. On réïtérera l'opération tant que le dernier quotient vienne le même que le diviſeur.

Si dans quelqu'une des opérations la difference entre le ſecond quotient & le diviſeur étoit moindre que 3, il ne ſeroit pas néceſſaire de la repeter; car le diviſeur du nombre propoſé, ou le quotient s'il étoit plus petit que le diviſeur, ſeroit la racine que l'on cherche.

Il faut remarquer tant pour la ra-

cine quarrée que pour la racine cubique, que la racine du quarré ou du cube que l'on prend d'abord doit valoir autant que si elle avoit au-devant d'elle autant de zeros qu'il y a de séparations dans le nombre proposé sans compter la derniere, en sorte que s'il y a en tout trois séparations, cette racine vaudra autant de centaines que marque son chiffre; c'est pourquoi si dans l'opération qu'on fait ensuite pour trouver le nombre qui doit être joint à cette racine pour faire le premier diviseur, il ne se trouvoit qu'un nombre qui ne pût pas remplir toutes les places qui doivent être au devant de la racine, il faudroit mettre ce nombre à sa place par rapport à la valeur de la racine, comme on verra dans les exemples suivans.

Soit le nombre proposé 43|241|792 qui a trois séparations, la derniere contient deux chiffres, dont le plus grand cube est 27, & le reste jusqu'à 43, est 16 que je mets à part. A cause des deux séparations sans compter la

derniere, je prens les deux chiffres vers la droite 24, au devant desquels je mets le reste 16, ce qui fait en tout 1624. Je divise ce nombre par la difference 37 qui est entre le cube 27 & son prochain supérieur 64; la division étant faite, je trouve au quotient 44 à peu près: où l'on doit remarquer qu'il vaut mieux prendre un peu plus que moins. Je mets au devant de ce quotient 44, la racine cubique de 27, laquelle est 3, & j'ai le nombre 344 pour diviseur du nombre proposé.

La division étant faite on trouve au quotient 125702 sans avoir égard au reste; ce quotient sera encore divisé par le même diviseur 344, & le second quotient sera 365 qui est plus grand que le diviseur de 21, dont le tiers est 7 qu'il faut ajouter au diviseur 344, à cause qu'il est plus petit que le quotient; on aura donc 351 pour la racine du nombre proposé.

On le vérifiera en recommençant l'opération par la division du nombre proposé, dont le diviseur sera 351, &

le premier quotient viendra 123195, lequel étant encore divisé par 351, le second quotient sera 350 qui sera la racine que l'on cherche, à cause que 350 est plus petit que le diviseur seulement de 1.

Si l'on proposoit le nombre 350|062|735, le plus grand cube de la derniere séparation 350 sera 343 dont la racine est 7, & la difference de 343 à 350 est 7 que l'on met au devant des deux chiffres 06 que l'on prend vers la droite depuis la derniere séparation, à cause qu'il y a seulement deux séparations au nombre donné, sans compter la derniere; on aura donc 706 que l'on divisera par le nombre 169, qui est la difference entre le cube 343 & son prochain superieur 512. Le quotient de cette petite division sera 4, qui étant ajouté à la racine 7 du cube pris d'abord, laquelle racine vaut des centaines à cause des trois séparations, on aura 704 pour diviseur du nombre proposé, & le quotient de la premiere division sera

497248 ſans avoir égard au reſte; ce quotient étant encore diviſé par le même diviſeur, on aura au ſecónd quotient 706, qui n'excede le diviſeur que de 2; c'eſt pourquoi le diviſeur 704 qui eſt le plus petit, ſera la racine cubique du nombre propoſé.

Soit un autre nombre propoſé 7|976|023|992, le plus grand cube de la derniere ſéparation qui eſt la quatriéme eſt 1, & ſa difference juſqu'à 7 eſt 6, & juſqu'au cube ſupérieur 8 eſt 7; mais à cauſe qu'il y a trois ſéparations dans ce nombre ſans compter la derniere, on prendra les trois chiffres 976 qu'on mettra après 6, ce qui fera 6976 que l'on diviſera par 7, & le quotient de cette petite diviſion ſera 997, au devant duquel on mettra la racine du premier cube 1, ce qui fera 1997 pour diviſeur du nombre propoſé. On trouvera le premier quotient 3994001, lequel étant encore diviſé par le même diviſeur 1997, le ſecond quotient ſera 2000. La difference entre ce quotient & le

diviſeur eſt 3, dont le tiers eſt 1, qu'il faut ajouter au diviſeur à cauſe qu'il eſt le plus petit, & l'on aura 1998 pour la racine du nombre propoſé.

On doit remarquer que ce nombre 1998 ne ſeroit pas la racine du nombre propoſé, s'il ne reſtoit rien après la premiere diviſion, & s'il ne reſtoit au moins 3 après la ſeconde.

Soit encore un nombre propoſé 3|259|592, lequel étant ſéparé de trois en trois, il reſte 3 à la derniere ſéparation, dont le plus grand cube eſt 1, ſa racine eſt 1 & le ſurplus de ce cube juſqu'à 3 eſt 2, que j'écris au devant de 25 à cauſe des deux ſéparations ſans compter la derniere, ce qui fait 225 que je diviſe par la difference 7, qui eſt entre le cube 1 & ſon prochain ſupérieur 8; le quotient de cette diviſion eſt 32; que j'écris après la racine 1, ce qui fait 132, qui doit ſervir de diviſeur au nombre propoſé. La premiere diviſion étant faite, il y aura au quotient 24693, & ce quotient étant encore diviſé par 132,

le ſecond quotient ſera 187; la difference entre 187 & 132 eſt 55, dont le tiers eſt 18 en négligeant la fraction; il faut donc ajouter le nombre 18 avec 132, qui eſt le plus petit du dernier quotient & du diviſeur, ce qui fera 150, qui doit être la racine du nombre propoſé, ou à très peu près.

Pour s'en aſſurer on réiterera l'opération en diviſant le nombre propoſé par 150, le premier quotient ſera 21730, qui étant encore diviſé par 150 donnera le cecond quotient 144, qui eſt plus petit de 6 que le diviſeur; on ôtera donc le tiers de 6 qui eſt 2 du diviſeur 150, & il reſtera 148 pour la racine cubique que l'on cherche.

Pour la fraction qu'il faut ajouter aux racines trouvées, on prendra la difference entre le nombre propoſé & le plus grand cube de ce nombre dont on a trouvé la racine, cette difference ſera le numerateur, de la fraction; pour le dénominateur on fera

une somme de trois fois la racine, & trois fois son quarré avec 1.

Exemple. Si la difference étoit 35, on écrira 35 pour numérateur, & si la racine est 20 dont le quarré est 400, on aura pour dénominateur 1261.

$$\frac{35}{1261}$$

Cette fraction est toujours un peu plus petite que la véritable.

EXEMPLE.

De l'Extraction de la racine cubique, suivant la Méthode vulgaire.

Soit le nombre proposé 48. 627. 125, dont on veut tirer la racine cubique. Ayant séparé les chiffres de trois en trois, comme on a enseigné ci-devant, il faut prendre la racine cubique de la derniere séparation qui est 48, laquelle sera

```
21 971
48.627.125 ( 365
27
 27
21686
  3888
 1971125
```

3, & l'on écrit le 3 au quotient pour racine, & son cube qui est 27, on l'écrira au-dessous des 48 desquels on l'ôtera, en écrivant au-dessus le reste 21 comme en la division ordinaire.

Pour la seconde opération, où il faut trouver un diviseur, on prendra le triple du quarré de la racine qu'on a déja trouvée laquelle est 3, & son quarré 9 & son triple 27, que l'on écrira au-dessous du nombre proposé, en avançant d'un chiffre dans la seconde séparation; puis on dira en 21 combien de fois 2; on sçait qu'il y est naturellement dix fois; mais on ne trouveroit pas son compte à l'y prendre dix fois, ce que l'opération feroit voir, & l'on trouveroit qu'on ne l'y pourroit mettre que six fois seulement; on écrit donc 6 au quotient pour racine; ce qui étant fait on multiplie le diviseur 27 par 6, & l'on a le produit 162, que l'on écrit à l'écart.

27 diviseur
6 racine.
———
162 produit
36 quarré
3
———
108 triple
3
———
324 produit.
216 cube de 6.
———
———
Produits.
162
324
216
———
19656 somme

Après on prend le triple du quarré de la racine 6, ce qui fait 108, parce que le quarré de 6 est 36, & trois fois 36 est 108, lesquels je multiplie par la premiere racine trouvée, qui est 3, & le produit est 324 que l'on écrit sous 162, mais en avançant d'une colomne.

Finalement on cube la racine 6, ce qui donne 216, que l'on écrit sous 324 en avançant d'une colomne; puis additionnant ces trois produits leur somme est 19656 qu'il faut écrire sous 21627 & l'en ôter, & le reste sera 1671 que l'on posera au-dessus à la maniere ordinaire de la division.

Par cette méthode d'extraire la racine cubique en posant à l'écart les produits, on voit si leur somme est plus grande ou plus petite que ce qui

eſt reſté de la premiere opération pour la ſeconde, ou de la ſeconde pour la troiſiéme, & ainſi de ſuite. Si la ſomme des produits eſt plus grande, c'eſt ſigne que l'on ne peut pas mettre pour racine un ſi grand nombre que celui qu'on a ſuppoſé; ſemblablement ſi la ſomme eſt un peu moindre ou égale, c'eſt ſigne que la racine eſt bien trouvée, comme dans l'exemple ci-deſſus la ſomme des produits eſt 19656, & le reſte étoit 21627, par conſéquent on peut mettre hardiment 6 pour ſeconde racine, & obſervant ce qu'on a dit ci-deſſus, on eſt aſſuré ſi l'on peut mettre la racine ſuppoſée ou non, parce que ſi la ſomme des produits eſt plus grande que le reſte du nombre de l'extraction, il faut ſuppoſer un moindre nombre pour racine, ce que l'on obſervera dans chacune des opérations ſuivantes. Il faut auſſi prendre garde de ne pas mettre cette racine plus petite qu'elle ne pourroit être poſée.

Pour la troisiéme opération de cette regle, il faut encore trouver un diviseur, & pour cela il faut prendre le triple du quarré des deux premieres racines qu'on a trouvées, ce qui est 3888; car 36 a pour quarré 1296, & son triple est 3888, ce nombre étant posé pour diviseur sous le reste précedent 19711, car il faut avancer d'une colomne, on cherchera en 19 combien de fois on peut mettre 3; on voit qu'il peut y être six fois; mais on juge qu'il ne faut le prendre que cinq fois; on pose donc 5 pour racine au quotient; puis pour voir si l'on peut poser 5, on multiplie le diviseur par la racine 5, ce qui donne 19440 que l'on écrit à l'écart comme ci-devant. Après on prend le triple du quarré de la racine 5 qui est 75, qu'on multiplie par les deux premieres racines 36, le produit est

3888 diviseur.
5 racine.
____
19440 produit.
____
____
75 triple quarré
36 de 5.
____
2700 produit.

2700 qu'on écrit au-dessous du premier produit en avançant d'une colomne.

	Produits.
	1 440
	2700
	125
Addition	1971125

Enfin on prend le cube de la même racine 5 qui est 125 que l'on écrit aussi sous le second produit en avançant d'une colomne, & l'addition de ces trois produits sera 1971125 qu'il faut écrire sous le nombre proposé en mettant le premier chiffre 5 sous le premier 5 de la seconde séparation pour lequel on fait l'opération. Ensuite ayant fait la soustraction de ce nombre avec celui qui est au-dessus, on trouve qu'il n'y a aucun reste ; c'est pourquoi on connoît que le nombre du quotient 365 est la racine cubique qu'on cherche.

Par notre méthode il ne faut qu'une opération pour trouver cette racine, car la seconde ne lui sert que de preuve.

Dans les exemples de l'extraction

de racines par la méthode vulgaire, on a ſuivi mot à mot un des plus fameux Arithmeticien de ce temps, afin qu'on ne pût pas ſoupçonner que nous aurions allongé & embaraſſé cette regle qui eſt remplie de pluſieurs tâtonnemens & ſujette à un grand travail; je ne parle pas de la raiſon de la diſpoſition des chiffres qui eſt difficile, & qu'on oublie facilement; il n'en eſt pas de même de la méthode que l'on a donnée dans ce Livre.

SEPTIÉME REGLE.

Qu'on appelle Regle de Trois ou de Proportion.

CETTE Regle eſt une des plus utiles de toute l'Arithmétique, elle ſert à trouver un nombre qui ſoit quatriéme proportionnel après trois autres qui ſont donnez. Tout l'artifice de cette regle conſiſte à bien poſer les termes donnez; c'eſt pourquoi il faut entendre ce que c'eſt que

proportion, pour pouvoir faire cette position avec justesse.

On dit que quatre nombre sont en proportion ou proportionnaux, lorsque le premier a même rapport au second que le troisiéme a au quatriéme, & ce même rapport se comprend assez facilement dans les nombres. Par exemple, nous disons que le nombre 4 a même rapport à 12, que le nombre 6 a au nombre 18, parceque 4 est le tiers de 12, comme 6 est le tiers de 18; ou bien le nombre 4 pris trois fois fait le nombre 12, & le nombre 6 pris aussi trois fois fait le nombre 18; ainsi ces quatre nombres sont dits proportionnaux, on exprime la proportion de quatre quantitez en général, en disant que la premiere est à la seconde, comme la troisiéme est à la quatriéme. Il y a d'autres rapports qu'il n'est pas possibles d'exprimer par les nombres; mais ce que nous venons de dire peut suffire pour faire entendre ce que c'est que proportion, qui consiste toujours en

en deux rapports ſemblables.

Nous ne diſons pas que quatre quantitez ou quatre nombres ſont en proportion, ſi le premier, par exemple, a même raiſon au quatriéme que le troiſiéme a au ſecond : car il faut toujours que les termes de la proportion, ou chaque nombre qui la compoſe, ſoit diſpoſé dans l'ordre que nous avons marqué d'abord, c'eſt-à-dire, qu'il faut que le premier ſoit au ſecond, comme le troiſieme eſt au quatriéme.

Or il eſt démontré que lorſque quatre nombres ſont en proportion, le produit de la multiplication des deux du milieu eſt égal au produit des deux extrêmes, c'eſt-à-dire, du premier par le dernier, comme dans l'exemple précédent des quatre nombres en proportion 4, 12, 6, 18, douze fois 6 font 72, & ſemblablement quatre fois 18 font 72. Ainſi par cette proprieté des quatre nombres en proportion, ſi l'on en a trois ſeulement, on trouvera toujours le qua-

triéme. Par exemple, si l'on donnoit les trois premiers de cet exemple 4, 12, 6, & qu'on demandât le quatriéme, il faudroit multiplier le second 12 par le troisiéme 6 qui sont les deux du milieu de la proportion, & nous aurons un produit 72, égal au produit du premier 4 par le dernier qui nous est inconnu & que l'on demande. Mais si l'on divise ce produit donné 72 par le premier terme 4, le quotient 18 doit venir nécessairement pour le quatriéme terme; car le diviseur 4 multiplié par le quotient 10 doit donner le nombre 72 que l'on a divisé. Si l'on donnoit les trois derniers termes de la proportion, le produit des deux moyens devroit être divisé par le dernier, & le quotient seroit le premier terme cherché.

Enfin si l'on donnoit le premier & le dernier & quelqu'un des moyens, on trouveroit l'autre en divisant le produit de ces deux extrêmes par le terme moyen qui est donné.

Exemple du premier cas.

Soient les trois nombres donnez 57. 315. 102 pour les trois premiers termes d'une proportion ou d'une regle de trois, ausquels il faut trouver le quatriéme proportionnel.

Je multiplie par la regle les deux moyens l'un par l'autre 315 par 102, dont le produit sera 32130, lequel étant divisé par le premier 57, le quotient viendra 563 $\frac{39}{57}$ qui sera le quatriéme proportionnel que l'on cherche.

Il n'y a pas plus de difficulté dans les autres cas, c'est pourquoi nous ne nous étendrons pas davantage sur cette regle.

Toutes les autres regles qu'on propose ordinairement dans l'Arithmetique ne sont que des regles de trois, qui sont doublées pour la plupart, & dont quelques termes se confondent quelquefois les uns avec les autres, comme la regle de trois qu'on appel-

le *Inverse*, dont voici un exemple.

24 Hommes ont des vivres pour 12 jours, on demande combien de jours ces mêmes vivres pourront-ils durer à 16 hommes.

Pour faire cette regle il faut dispofer les termes en cette forte. 16 hommes font à 24 hommes comme 12 jours au nombre de jours que l'on cherche. La raifon de cette difpofition eft que fi l'on confidére qu'un homme mange en un jour 1 livre de pain, les 24 hommes mangeront 24 livres en un jour, & les 16 hommes en mangeront 16 livres; & il y aura même raifon de 16 livres à 24 livres que de 12 jours à 18 jours qui eft le nombre des jours que l'on cherche: car le produit de 24 livres par 12 jours fera la quantité de livres de pain qu'il y a, laquelle étant divifée par 16 donne 18 qui eft l'opération de la regle de trois.

Pour les regles de trois doubles j'en donnerai auffi un exemple.

Si 18 hommes ont fait 45 toifes

d'ouvrages en 3 jours, on demande combien 15 homme pourront faire de toises en 12 jours.

On divise cette regle en deux, & l'on dit d'abord, si 18 hommes font 45 toises, sans parler des jours, 15 hommes feront 37 toises $\frac{1}{2}$ par la regle de trois ordinaires : mais ces 37 toises $\frac{1}{2}$ feront faites en autant de temps par les 15 hommes que les 45 toises par les 18 hommes, c'est-à-dire, en trois jours.

Ensuite sans parler des hommes on dit, si 3 jours donnent 37 toises $\frac{1}{2}$, 12 jours donneront 150 toises.

Par la regle ordinaire on joint ces deux regles ensemble en faisant un produit des trois nombres 45; 15, 12 multipliez l'un par l'autre, lequel ensuite doit être divisé par le produit des deux restans 3 & 18 multipliez aussi l'un par l'autre.

Cette méthode n'est pas plus abregée que celle que je viens de donner, car il faut faire dans chacune quatre opérations, & dans la regle ordinaire les nombres sont plus grands.

Des Logarithmes.

LEs nombres logarithmiques ſont des nombres artificiels dont on ſe ſert pour faire les plus difficiles opérations de l'Arithmetique par une voye ſimple & facile; comme la Multiplication ſe fait par le moyen d'une Addition, la Diviſion par le moyen d'une Souſtraction, & l'Extraction de la racine quarré par une diviſion en deux, & celle de la racine cubique par une Diviſion en trois.

Il y a des Tables de ces nombres logarithmiques, où l'on trouve de ſuite les nombres naturels qui leur répondent, & qui ſont à côté.

Exemple de la Multiplication par les Logarithmes.

On veut multiplier 145 par 37; il faut chercher dans la table dés nombres logarithmiques ceux qui répon-

dent aux deux nombres proposez, à sçavoir le nombre 2. 1613680 qui est le Logarithme de 145, & 1. 5682017 qui est le Logarithme de 37. Ayant ajouté ensemble ces deux nombres logarithmiques, qui font 3.7295697, on cherchera ce nombre dans la table des Logarithmes, & l'on trouvera à côté le nombre naturel 5365 qui lui répond, & qui est le produit de la multiplication du nombre 145 par 37.

Exemple de la Division par les Logarithmes.

On veut diviser le nombre 8467 par 63, on prend les Logarithmes de ces deux nombres, à sçavoir 3. 9277296 pour le nombre à diviser 8467, & on en ôte le logarithme du diviseur 63, qui est 1.7993405, le reste sera 2. 1283891, qui sera le logarithme du quotient, & l'on trouvera que ce nombre logarithmique répond dans la table au nombre na-

turel 134, & à très peu près $\frac{4}{10}$; car on ne peut pas avoir les fractions avec une grande justesse.

Ces deux opérations dans de petits nombres sont plus longues, à ce qu'il me semble, par le moyen des logarithmes, que par les nombres naturels à l'ordinaire : mais lorsqu'on a besoin d'une division ou d'une multiplication qui a beaucoup de chiffres, on a plutost fait de se servir des logarithmes, que des nombres naturels, commes il arrive dans la Trigonometrie, où l'on a l'avantage de trouver d'abord en nombres logarithmiques ceux qui doivent servir dans les opérations, ce qui est fort commode & fort abrégé, comme nous verrons dans la suite.

Exemple de l'Extraction de la Racine quarrée & de la racine cubique par les Logarithmes.

Soit le nombre 9547 dont il faut tirer la racine quarrée. Ayant trouvé le

le logarithme de ce nombre proposé, qui est 3.9798669, il en faut prendre la moitié 1.9899334 $\frac{1}{2}$ qui est le logarithme que la racine que l'on cherche, on trouve que ce nombre logarithmique répond au nombre naturel 97 $\frac{71}{100}$ à peu-près.

Pour la racine cubique, il faut prendre le tiers du logarithme du nombre proposé, comme si l'on donnoit le nombre 9403, dont on voulût sçavoir la racine cubique, il faudroit premierement chercher son logarithme qui est 3.9732664, dont le tiers est 1.3244221 $\frac{1}{3}$, qui est le logarithme du nombre naturel 21 $\frac{1}{10}$ à peu-près pour la racine cubique que l'on demande.

La méthode d'extraire les racines par le moyen des logarithmes est fort commode, mais on ne peut pas s'en servir dans de grands nombres, à cause que les logarithmes dont on a des tables supputées, ne vont tout au plus que jusqu'au nombre naturel 100000. & dans les petits livres ordi-

naires ils ne vont que jusqu'à 10000.

Pour l'usage de l'Arpentage on peut dans les nombres logarithmiques supprimer les deux derniers chiffres vers la droite, sans qu'on puisse faire d'erreur sensible.

ABREGÉ DES PRINCIPALES connoissances de la Géométrie.

LA *ligne droite* est celle dont toutes les parties ne changent point de place lorsqu'on l'a fait mouvoir sur ses extrémitez qui sont posées immobiles.

La *ligne circulaire* est celle qui étant tracée sur une superficie droite, a tous ses points également éloignez d'un même point. Si ce point est sur la même superficie que la ligne circulaire, on l'appelle *le centre* de la figure qui est renfermée par la ligne circulaire ; & cette figure s'appelle *un cercle*.

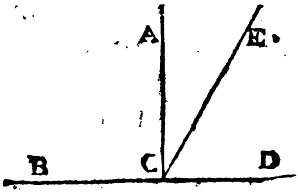
La ligne droite qui passe par le centre d'un cercle s'appelle *diametre* du cercle, & elle le divise en deux également.

La *corde* d'un arc ou portion de cercle ou de la ligne cirulaire, car on se sert souvent du mot de cercle au lieu de la ligne circulaire, est une ligne droite qui se terminant au cercle ne passe pas par le centre.

Un *Angle rectiligne* est l'inclinaison de deux lignes droites, qui se rencontrent en un point qui en est le sommet, plus les lignes qui se rencontrent son écartées l'une de l'autre, & plus l'Angle est grand. On mesure les angles par les arcs ou portions d'un cercle, qui á pour centre la rencontre des deux lignes qui font l'angle. La grandeur du cercle ne change pas la grandeur de l'angle, car quoique la portion d'un plus grand cercle comprise entre les lignes qui font l'angle, soit plus grande que la portion d'un plus petit cercle comprise entre les mêmes lignes, ces deux

portions ou arcs sont pourtant de semblables arcs ou portions de tous leurs cercles, comme si dans l'un elle est la huitiéme partie de tout le cercle; dans l'autre elle sera aussi la huitiéme partie de tout son cercle.

Lorsqu'une ligne droite tombe ou rencontre une ligne droite & qu'elle n'est pas plus inclinée d'un côté que d'autte, comme AC qui rencontre



B D au point C, les angles ACB, ACD sont chacun égaux entr'eux, & sont appellez *angles droits*, & la ligne A C est appellée *Perpendiculaire* à la lignes BD, & réciproquement BC *Perpendiculaire* à AC.

Si la ligne EC, qui rencontre la ligne BD, n'est pas également inclinée des deux côtez, elle ne fera pas les deux angles droits; mais celui comme BCE qui est plus grand qu'un droit, est appellé *obtus*, & l'autre, qui

par conséquent sera moindre qu'un droit, sera appellé *aigu*.

Triangle est une figure qui a trois côtez seulement, & parconséquent elle aura aussi trois angles, d'où vient le nom qu'elle porte.

Le triangle qui a trois angles ou les trois côtez égaux s'appelle *Equilateral* : celui qui n'a que deux côtez égaux s'appelle *Isoscelle* ; & celui qui a les trois côtez inégaux, s'appelle *Scalene*.

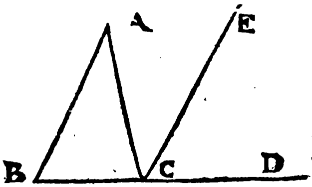
Le triangle qui a un angle droit s'appelle *Rectangle* ; celui qui a un angle obtus s'appelle *Amblygone* ; & celui qui a les trois angles aigus s'appelle *Oxigone*.

Les triangles Isoscelles ont les Angles égaux qui sont opposez à leurs côtez égaux.

Les trois angles de toute sorte de triangle étant joints ensemble font la valeur de deux angles droits.

Il s'ensuit de-là qu'en tout triangle rectangle les deux angles, qui ne sont pas droits, sont ensemble égaux à un droit.

Il s'ensuit aussi qu'en tout triangle ABC l'un des côtez comme BC étant prolongé en D, l'angle exterieur A C D est égal aux deux interieurs opposez C B A, B A C du triangle, & joints ensemble.



On appelle *lignes droites paralleles* celles qui étant prolongées tant qu'on voudra d'un côté & d'autre, ne se rencontreront jamais.

Si une ligne droite B C D rencontre deux lignes parallèles A B, E C, elle fera avec ces paralleles les angles DCE, DBA égaux entr'eux. Et si la ligne AC rencontre les mêmes paralleles elle fera les angles C A B, A C E égaux entr'eux.

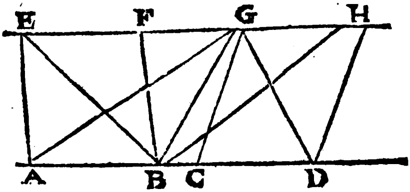
On appelle *parallelogramme* une figure de quatre côtez, qui a ses côtez opposez paralleles entr'eux.

Le parallelogramme qui a les Angles droits s'appelle *parallelogramme*

rectangle, ou ſimplement *rectangles*; ſi ce parallelogramme rectangle a les quatre côtez égaux on l'appelle *quarré*.

Les parallelogrammes ont les côtez & les angles oppoſez égaux entre eux.

Les parallelogrammes & les triangles renfermez entre mêmes lignes paralleles AD, EH, & qui ont leurs

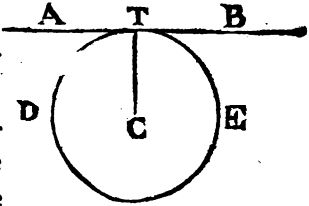


baſes A B, C D égales, ſont égaux entr'eux, comme les deux parallelogrammes ABEF, CDGH, ABGH, ou bien les triangles ABE, CDG, ABG, ou bien EFB, GHD, GHB.

Le quarré qui a pour ſon côté l'hypotenuſe d'un triangle rectangle, car le côté qui eſt oppoſé à l'angle droit

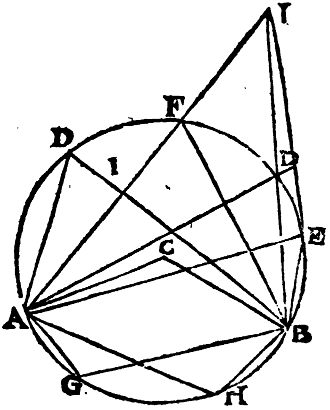
s'appelle vulgairement hipotenuse, est égal aux quarrez pris ensemble qui ont pour côtez les deux autres côtez du triangle, lesquels côtez sont autour, ou comprennent l'angle droit.

Si une ligne droite A T B touche un cercle D T E au point T, c'est-à-dire, si cette ligne droite rencontre le cercle au point T, & qu'étant prolongée d'un côté & d'autre du point T elle soit toujours hors le cercle; la ligne droite C T menée du centre C du cercle au point touchant T sera perpendiculaire sur la touchante A B.



Dans un cercle l'angle ACB qui a son sommet au centre C est double de l'angle ADB qui a son sommet à la circonference, les deux angles étant appuyez sur le même arc AB du cercle, & n'étant pas opposez l'un à l'autre.

Il s'ensuit de là que tous les angles appuyez sur le même arc d'un cercle, & qui ont leurs sommets dans la même portion du cercle comme sont les



angles A D B, A E B, A F B sont égaux entre eux étant chacun la moitié de l'angle ACB, semblablement les angles AGB, AHB sont aussi égaux entre eux : Car dans un cercle si l'on forme une figure de quatre angles qui soient à la circonference du cercle, comme la figure ADBG, les angles opposez pris ensemble valent deux droits.

Il s'ensuit aussi qu'au demi cercle l'angle est toujours droit, c'est à-dire, que le triangle, qui a pour l'un de ses côtez le diamettre du cercle, & qui a son angle opposé à ce côté dans la circonference du cercle, cet angle sera droit & le triangle sera rectangle.

Si deux lignes droites AF, BD se rencontrent au dedans ou au dehors du cercles au point I, les parallelogrammes rectangles faits sous les côtez égaux aux parties de chaque ligne comme l'un sous les côtez AI, IF & l'autre sous les côtez BI, ID sont égaux entr'eux.

Si d'un point I hors le cercle il part deux lignes droites, dont l'une IE le touche au point E, & l'autre IA le coupe aux points A & F; le parallelogramme rectangle fait sous les parties IA, IF sera égal au quarré qui aura la ligne IE pour son côté.

On appelle *quantitez proportionnelles* celles qui ont une même raison, ou un même rapport, comme le rapport du nombre 2 au nombre 3 est le

même que celui du nombre 12 au nombre 18; car le nombre 3 contient le nombre 2 avec sa moitié; & semblablement le nombre 18 contient le nombre 12 avec sa moitié. On dit donc que le nombre 2 a même raison ou même rapport au nombre 3 que le nombre 12 au nombre 18.

Si quatre quantitez sont proportionnelles comme 3 à 4 & 9 à 12 dans cet ordre, elles le seront encore en changeant l'ordre en cette sorte en renversant comme 4 est à 3, ainsi 12 est à 9, ou bien en raison alterne comme 3 est à 9; ainsi 4 est à 12, ou bien en composant comme 3 plus 4 est à 4 ou à 3, ainsi 9 plus 12 est à 12 ou à 9, ou bien en divisant comme 4 moins 3 est à 4 ou à 3, ainsi 12 moins 9 est 12 ou à 9.

Les raisons composées des mêmes raisons sont semblables entr'elles, comme la raison de 10 à 30 qui sera composée de la raison de 10 à 15 & de 15 à 30 sera la même que celle de 2 à 6 qui est composée de la raison de

2 à 3 ſemblable à celle de 10 à 15, & de celle de 3 à 6 ſemblable à celle de 15 à 30 on l'appelle *raiſon égale.*

Les quantitez qui ont même raiſon à une même quantité, ou bien celles à qui une même quantité à même raiſon égales entr'elles.

On appelle *raiſon double d'une même raiſon* celle qui eſt composée de deux fois la même raiſon, comme la raiſon de 3 à 27 eſt double de celle de 3 à 9; car comme 3 eſt à 9, ainſi 9 eſt à 27.

Le premier terme d'une raiſon s'appelle *l'antecedent*, & le ſecond *le conſequent*, ſi le conſequent d'une premiere raiſon eſt égal à l'antecedent de la ſeconde raiſon, la proportion eſt appellée *continuë* comme 3 eſt à 9, comme 9 eſt à 27, & le terme repeté 9 eſt appellé *moyen proportionnel* entre les extrêmes 3 & 27.

Figures ſemblables ſont celles qui ont les angles égaux aux angles, & les côtez oppoſez aux angles égaux en même raiſon.

La hauteur d'un triangle par rapport à l'un des côtez se mesure par la perpendiculaire menée sur ce côté de l'angle opposé à ce côté que l'on considére comme sa base.

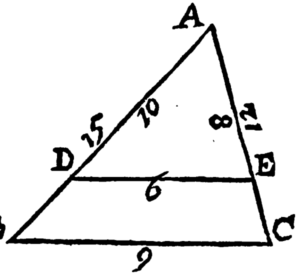
Les triangles qui ont leurs bases égales & leurs hauteurs differentes, sont entr'eux en la même raison que leurs hauteurs, ou bien ils ont leurs superficies en même raison que leurs hauteurs.

Et les parallelogrammes qui sont doubles des triangles seront aussi en même raison.

Les triangles qui ont leurs hauteurs égales & leurs bases inégales, seront entr'eux en même raison que leurs bases.

Si dans un triangles ABC on mene la ligne DE, parallele au côté B C, les segmens des côtez du triangle seront en même raison entre eux, & avec les lignes B C & D E; à sçavoir BC est à DE comme AB est à AD, & comme AC est à AE.

D'où il est évident que les triangles,



ABC, ADE sont des figures semblables, car ils ont leurs angles égaux, & les côtez opposez à ces angles en même raison.

Mais les superficies des triangles semblables sont entr'elles en la raison doublées des côtez de-même raison, comme la superficie du triangle ABC sera à la superficie du triangle ADE, dans la raison doublée du côté BC au côté DE, ou des autres qui sont en même raison.

Si quatre lignes sont prortionnelles, à sçavoir comme AB de 15 pieds est à AD de 10 pieds, ainsi AC de 12 pieds est à AE de 8 pieds, le rectangle fait de la premiere A B & de la derniere AE de ces quatre lignes, sera égal au rectangle fait des deux moyennes AD, AC; ou bien ce qui est la même chose le produit 120 des

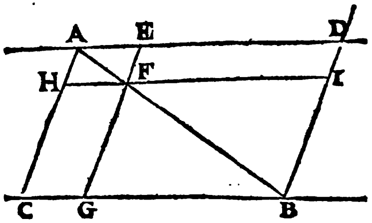
deux termes extrêmes 15 par 8, eſt égal au produit des deux termes moyens 10 par 12.

Il s'enſuit de-là que les triangles ſeront égaux, qui ont un angle égal à un angle, & les côtez qui contiennent cet angle en raiſon réciproque; c'eſt-à-dire, que le côté d'un des triangles eſt au côté d'un autre, comme le côté reſtant de celui-ci au côté reſtant du premier. Car ces triangles ſeront les moitiez des parallelogrammes qui ſeront égaux aux rectangles égaux.

Dans le triangle rectangle, ſi de l'angle droit on mene une ligne perpendiculaire ſur ſon hypotenuſe, qui eſt le côté oppoſé, cette ligne eſt moyenne proportionnelle entre les deux ſegmens de l'hypotenuſe; c'eſt-à dire, que l'un des ſegmens de l'hypotenuſe fait par la perpendiculaire ſera à la perpendiculaire en même raiſon, que cette même perpendiculaire ſera à l'autre ſegment de l'hypotenuſe.

De plus, cette perpendiculaire di-

vise le triangle rectangle en deux triangles semblables entr'eux & à tout le triangle.



Si dans un parallelogramme ACBD on mene 2 lignes droites EG, HI, qui s'entrecoupent en F sur la diagonale AB, ce parallelogramme est divisé en quatre autres dont les deux AEFH, FIBG, qui sont autour du diametre, sont semblables entr'eux & au total ACBD, les deux autres qu'on appelle *complemens* sont égaux entr'eux.

Il n'y a point de commune mesure entre le côté d'un quarré & sa diagonale; c'est-à-dire, qu'on ne sçauroit diviser le côté d'un quarré en quel nombre on voudra de parties égales entr'elles, dont un certain nombre puisse

puiſſe être égal à la diagonale.

Les priſmes ſont des figures ſolides qui ont deux de leurs côtez oppoſez paralleles, & de figures égales.

La pyramide eſt une figure qui eſt renfermée ſous des triangles qui ſe joignent enſemble par un de leurs ſommets, les côtez oppoſez à ces ſommets étant ſur une même ſuperficie plane ou ſurface droite.

La pyramide n'eſt que le tiers du priſme, qui a même baſe & même hauteur que le priſme.

Le Cylindre eſt une figure priſmatique dont les côtez oppoſez ſont deux cercles paralleles & égaux; Son *Axe* eſt la ligne qui joint les centres, la ſuperficie courbe de cette figure eſt formée par une ligne parallele à l'axe, qui ſe meut en touchant les deux cercles.

Le Cone eſt une figure pyramidale qui a pour baſe un cercle, & qui au reſte eſt renfermé d'une ſuperficie courbe formée par le mouvement d'une ligne droite immobile par ſon

extremité, pendant que cette ligne parcourt la circonference du cercle. *L'Axe* d'un cone est la ligne menée depuis le point immobile de la ligne qui décrit la superficie courbe, jusqu'au centre du cercle qui lui sert de base.

Le Cone n'est que le tiers du Cylindre, qui a même base & même hauteur.

La Sphere est une figure solide comprise sous une seule superficie, dont tous les points sont également éloignez d'un même point, qui est au dedans de la figure, & qu'on appelle *le Centre*.

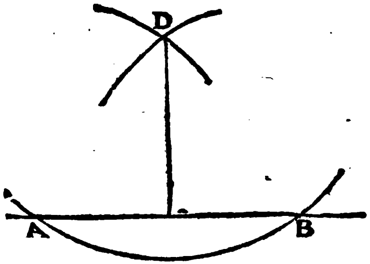
Si un plan coupe la Sphere, la section sur le plan est un cercle qui est d'autant plus grand que le plan est plus proche du centre, & le cercle qui est formé sur un plan qui passe par le centre est le plus grand cercle de la Sphere.

La superficie de la Sphere est égale à quatre fois la superficie de son plus grand cercle, la solidité de la Sphere

eſt égale à quatre fois celle du Cone droit qui a pour baſe le grand cercle de la Sphere, & pour ſon axe, ou ſa hauteur : le rayon de la Sphere, ou la ligne menée du centre à la ſuperficie.

Pratiques de Geométrie.

D'Un point donné P ſur une ligne droite AB, élever la ligne PD perpendiculaire à A B.



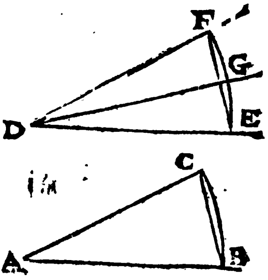
On prendra ſur AB des 2 côtez du point P, les parties égales PA, PB; & des points A & B pour centres, & d'une même grandeur telle qu'on voudra pour demi-diametre, on décrira deux arcs de cercle qui s'entrecouperont au point D; la ligne

DP sera la perpendiculaire qu'on demande.

D'un point donné D sur une superficie plane, mener une ligne perpendiculaire DP sur la ligne AB donnée sur la même superficie.

Du point D pour centre on décrira un arc de cercle AB de quelle grandeur on voudra, pourvû qu'il rencontre en deux points A B la ligne donnée; la partie A B de la ligne donnée étant divisée en deux également en P, la ligne D P sera la perpendiculaire qu'on cherche.

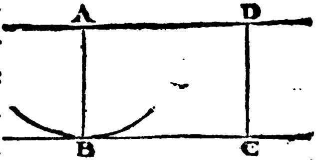
Sur une ligne droite donnée D E faire l'angle EDF égal à l'angle donné BAC.



Du sommet de l'angle A pour centre, & de quel demi-diametre on voudra, comme AB, soit décrit l'arc BC compris dans l'angle donné; Du

point D. pour centre & du même demi-diametre AB soit décrit l'arc EF, que l'on fera égal à l'arc BC, en prenant leurs cordes égales, & l'on menera D F qui fera l'angle EDF égal à l'angle BAC.

Si l'on divise l'arc EF en deux également, la ligne DG divisera aussi l'angle CDF en deux également.



Par un point donné A mener la ligne droite AD parallele à la ligne BC menée sur le même plan.

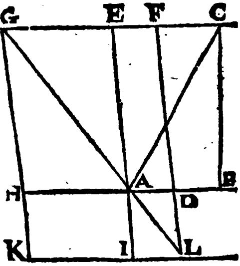
Du point A on tirera AB perpendiculaire sur B C; & de quelque point C de la ligne BC on élevera CD aussi perpendiculaire sur BC, & on la fera égale à BA ; la ligne AD sera parallele à BC.

On connoîtra la valeur des angles d'une figure de plusieurs côtez, si ayant doublé le nombre des côtez on en ôte quatre, le reste sera la valeur des angles de la figure égaux à des an-

gles droits. Exemple, si la figure a 7 côtez le double sera 14, dont ôtant 4 reste 10 angles droits pour la valeur des angles de la figure de sept côtez ou de sept angles, ce qui est la même chose.

En toutes figures qui ont un même nombre de côtez, la somme de leurs angles est égale.

Un triangle ABC étant donné, il faut faire le parallelogramme ADFE égal à ce triangle, & qu'un des angles DAE du parallelogramme soit égal à un angle donné.



Au point A, soit fait l'angle BAE égal à l'angle donné; le côté AB étant divisé en deux également en D, on menera DF parallele à AE, & par le point C on menera CFE parallele à AB, ce qui formera le parallelogramme ADFE égal au triangle ABC.

Appliquer à une ligne droite donnée AH le parallelogramme AHKI égal au triangle donné ABC, & qui ait un de ses angles HAI égal à un angle donné.

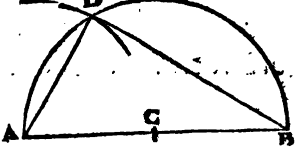
Ayant trouvé comme ci-devant le parallelogramme ADFE égal au triangle donné ABC, lequel ait l'angle EAD égal à l'angle donné, on prolongera les lignes CE, DA, EA, FD vers G, H, I, L & l'on fera AH égale à la ligne donnée, & par le point H on menera GHK parallele à EA, qui rencontrera CE en G, par les points G & A ayant mené GA, prolongée jusqu'en L sur FD; par le point L on menera enfin LIK parallele à AH, qui formera le parallelogramme AHKI dans les conditions requises.

On peut par ce problême faire un parallelogramme égal à quelque figure rectiligne que ce soit, lequel parallerogramme ait un côté égal à une ligne donnée, & un angle égal à un angle donné. Car toute figure rec-

tiligne se peut diviser en triangles; & tous ces triangles étant transformez en des parallelogrammes qui ayent un même côté donné, & un angle donné, ils pourront se joindre tous ensemble, & ne former qu'un seul parallelogramme égal à la figure donnée.

Faire un quarré sur une ligne droite donnée. On menera deux perpendiculaires sur les extrêmitez de la ligne donnée, cette ligne étant prolongée pour faire l'opération, & chacune de ces perpendiculaires étant faite égale à celle qui est donnée, on joindra leurs extrêmitez par une ligne droite qui formera le quarré.

Faire un quarré de deux quarrez donnez, & faire un quarré de la difference de deux quarrez.



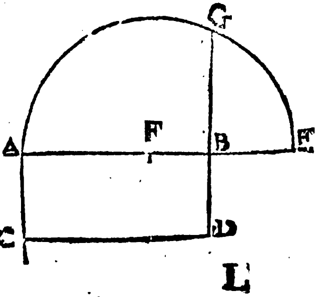
Ayant posé à l'angle droit les côtez DA, DB des quarrez qu'on veut joindre, on menera la ligne AB qui sera

ſera le côté d'un quarré égal en ſuperficie aux deux quarrez propoſez.

Et ſi du quarré dont le côté AB eſt donné on veut en ôter un quarré dont le côté eſt AD, ſur la ligne AB comme diametre on décrira le demi cercle ADB, dont le centre ſera le point C qui coupe en deux également la ligne AB. Et du point A pour centre on décrira un petit arc de cercle D, dont le demi-diametre ſoit égal au côté AD du quarré qu'on veut ôter, lequel arc coupe le cercle ADB au point D; la ligne DB ſera le coté d'un quarré égal à la difference des deux quarrez propoſez.

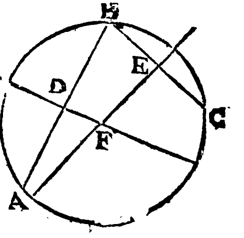
Faire un quarré égal à une figure donnée.

La figure donnée ayant été réduite au parallelogramme rectangle AP CD, on pro-



longera le côté AB en E, & l'on fera BE égal à BD ; enſuite on diviſera AE en deux également en F, qui ſera le centre du cercle AGE, lequel aura pour diametre AE ; le côté DB du rectangle étant prolongé juſqu'au cercle en G, la ligne BG ſera le côté du quarré égal au rectangle CB ou à la figure donnée.

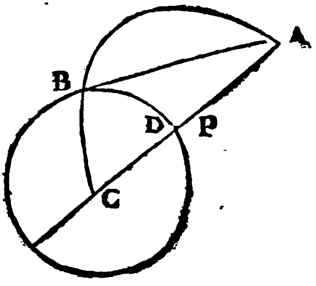
Trois points ABC étant donnez ſur un plan, & qui ne ſoient pas en ligne droite, trouver le centre F d'un cercle qui paſſera par les trois points donnez,



On menera les lignes AB, BC que l'on diviſera chacune en deux également en D & en E, & par ces points D & E on élevera les perpendiculaires DF, EF à ces mêmes lignes AB, BC, les perpendiculaires DF, EF ſe rencontreront en un point F qui ſera le centre du cercle qui paſſera par les trois points A B C.

On voit de là qu'on peut trouver le centre d'un cercle donné. Car il n'y a qu'à poſer trois points ſur la circonférence du cercle donné, & chercher le centre du cercle qui doit paſſer par ces trois points; ce centre ſera le même que celui du cercle propoſé.

On peut auſſi par ce moyen achever un cercle dont on n'aura qu'une portion donnée.

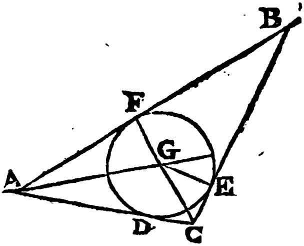


D'un point donné A hors le cercle BD mener la ligne AB qui touche le cercle.

On menera la ligne AC par le point A, & par le centre C du cercle BD; cette ligne AC étant diviſée

en deux également en P pour être le centre du cercle CBA qui coupe le cercle BD au point B; la ligne AB touchera le cercle BD au point B.

Dans un triangle ABC décrire un cercle DEF qui touche les 3. côtez du triangle.

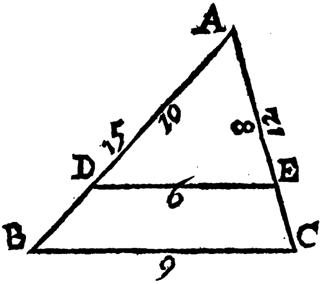


On divisera deux des angles du triangle, comme ACB, BAC en deux également par les lignes CG, AG qui s'entre-couperont au point G, lequel sera le centre du cercle, & son demie diamettre sera la ligne GE menée du point G perpendiculairement sur l'un des côtez CB.

Je ne parle point de la description Géometrique des figures régulieres dedans ou autour du cercle; car pour la pratique on opere plus justement en divisant avec le compas la circonference du cercle dans un nombre

de partie égal au côté de la figure que l'on demande, que par les Méthodes Géometriques ; puisqu'aussi bien il en faut revenir à cette pratique pour plusieurs polygones. J'avertirai seulement que le demi diametre du cercle est égal à la corde de la sixiéme partie du cercle, ce qui sert à former l'exagone.

On demande une quatriéme ligne AE proportionnelle à trois autres données AB, AD, AC, c'est-à-dire, que comme AB est à AD, AC soit à AE.



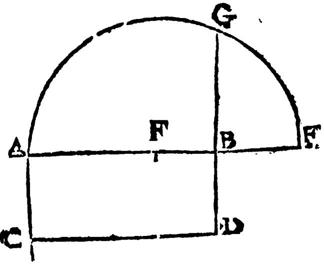
On disposera les deux premieres AB, AD sur la même ligne droite, l'extremité A étant commune à toutes deux ; & l'on tirera AC dans quel angle on voudra avec AB, ayant aussi le point A commun avec les deux autres ; ensuite on joindra BC,

& par le point D on menera DE parallele à BC qui donnera AE que l'on cherche.

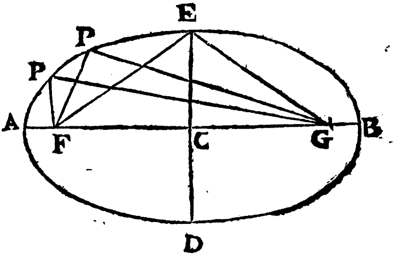
Si AB & AC étoient égales, on pourroit dire, à deux lignes données en trouver une troisiéme proportionnelle; quoi qu'en effet dans une proportion il y ait toujours quatre lignes.

Entre deux lignes droites données AB, BE, en trouver une moyenne proportionnelle BG, c'est-à-dire, que AB sera à BG, comme BG à BE.

On disposera les deux lignes données sur une même ligne droite AE ayant leur point B commun; & sur la ligne AE on décrira le demicercle AGE; ensuite du point B on élevera BG perpendiculaire sur AE jusqu'au cercle en G, & cette ligne BG sera celle que l'on cherche,



Pour décrire une *Ellipse* ou *Ovale* qu'on appelle ordinairement du jardinier, sur sa longueur A B & sa largeur DE donnée, qui s'entrecou-



pent en deux également au point C; on prendra un cordeau de la longueur AB, & l'ayant plié en deux également, on tiendra le pli au point E pendant qu'on étendra les deux extremitez sur la ligne AB en F & en G où l'on placera deux piquets, ausquels on attachera les extrêmitez du cordeau; ensuite on fera marcher une pointe P qui tiendra toujours la corde bandée comme on voit en PF, PG, & cette pointe P tracera l'ovale, qui passera par les points AEBD.

DE LA TRIGONOMETRIE rectiligne.

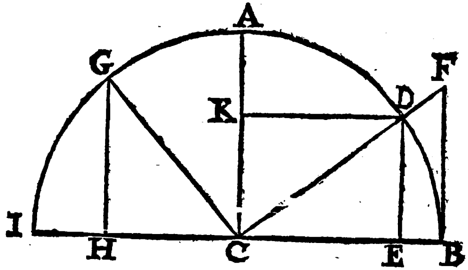
ON appele en général *Trigonometrie* l'art de connoître ou de mesurer un triangle, trois de ses parties étant connuës. Le triangle a six parties, à sçavoir trois angles & trois côtez; si l'on connoît donc trois de ces parties, les trois autres pourront être connuës par la Trigonométrie, excepté seulement dans le cas où les trois angles sont donnez; car on ne peut connoître alors dans le triangle que la proportion des côtez les uns aux autres, c'est-à-dire, que dans le triangle dont les angles seront donnez, les trois côtez peuvent être 3, 4 & 5; ou bien 6, 8 & 10, ou bien 12, 16, 20, & ainsi à l'infini, sans qu'on puisse déterminer entre tous les triangles qui auront les côtez semblables, quel est celui que l'on cherche.

La Trigonométrie rectiligne con-

ſidere ſeulement les triangles rectilignes, c'eſt-à-dire, ceux qui ſont faits de lignes droites; & comme les triangles ſpheriques qui ſont faits par les portions des grands cercles ſur une ſphere, ne ſervent de rien dans l'Arpentage, nous n'en donnerons point de préceptes.

La réſolution des triangles ſe fait par le moyen des Sinus & des Tangentes des angles. On compare ces Sinus & ces Tengentes avec les côtez, & par le moyen de la Regle de proportion on trouve les parties du triangle qu'on ne connoît pas. On a des tables des Sinus & des Tangentes en nombres naturels & logarithmiques, qui répondent à tous les arcs de cercle dont la difference n'eſt que d'une minute.

On appelle dans un quart de cercle CAB le demi diametre, cemme CA ou CB, le rayon du cercle. L'angle BCD étant donné, si de son



sommet C pour centre & pour rayon qu'elle grandeur on voudra, comme CB, on décrit un cercle BDA qui coupe les deux jambes de l'angle en B & en D; du point D ayant abaissé la perpendiculaire DE sur le rayon CB, cette perpendiculaire DE est appellée le *Sinus droit*, ou simplement le *Sinus* de l'angle BCD : ainsi le sinus de l'angle droit BCA est le rayon même, & le sinus d'un angle obtus BCG est la ligne GH, qui est la perpendiculaire menée du point de rencontre

G du cercle & de la jambe CG, sur l'autre jambe BC prolongée. Il est aisé de voir que le sinus GH de cet angle obtus BCG est le même que le sinus de l'angle ICG, qui est le supplément à deux droits de l'angle obtus BCG, & ainsi les seuls sinus du quart du cercle servent pour tous les angles aigus & obtus. Je ne parle point des angles plus grands que deux droits, puisqu'aussi bien on ne les peut pas considerer comme des angles, & puisque dans ces rencontres on considere seulement leurs complémens à quatre droits, ou à tout le cercle.

Tout sinus droit est la moitié de la corde d'un angle double de celui du sinus, ce qui est facile à voir.

La ligne EB comprise entre la rencontre du sinus droit DE & l'extrémité du rayon B s'appelle le *sinus verse* de cet angle BCD, lequel sinus verse est la difference entre le rayon & le sinus droit DK de l'angle DCA complément à un droit de l'angle

BCD à qui se rapporte le sinus verse. Ce sinus verse servoit autrefois dans les opérations de Trigonometrie ; mais on a trouvé depuis d'autres regles où il n'est d'aucun usage.

Si à l'extremité B du rayon CB on éleve une perpendiculaire BF, qui rencontre en F la jambe CD de l'angle BCD, cette ligne BF ainsi terminée s'appelle la *Tangente* de l'angle BCD. La Tangente de l'angle droit est une ligne infinie, comme on peut le connoître aisément, la tangente étant parallele au côté CA: mais la tengente d'un angle obtus est la même que la tangente d'un angle aigu, qui est le supplément à deux droits de l'angle obtus proposé, comme nous avons dit des sinus.

La ligne CF s'appelle *secante* de l'angle BCD ; mais elle ne nous sert pas dans nos pratiques de Trigonometrie.

Les angles se mesurent par les arcs des cercles compris entre les deux jambes des angles, les cercles ayant

leur centre au ſommet des angles. Ainſi l'arc BD eſt la meſure de l'angle BCD, l'arc DA eſt la meſure de l'angle DCA, & ainſi des autres.

La circonference du cercle ſe diviſe en 360 parties égales entr'elles, que l'on appelle *degrez*; & par conſéquent la circonférence du quart de cercle contient 90 dégrez, & le demi cercle 180 dégrez. Chaque degré ſe diviſe en 60 parties que l'on appelle *minutes*; & ſi l'on veut on peut diviſer encore chaque minute en 60 parties, que l'on appellera *ſecondes*; mais la diviſion du degré par minutes, & les tables des ſinus par minutes ſuffiſent pour la pratique de l'Arpentage.

En tout triangle rectiligne lorſque l'on a deux angles connus, le troiſiéme l'eſt auſſi; car ils ſont tous trois enſemble égaux à deux droits, ou à 180 dégrez; c'eſt pourquoi ſi l'on ôte de 180 dégrez la ſomme de deux angles connus, le reſte ſera la valeur du troiſiéme angle. C'eſt pour

quoi dans le triangle rectangle, lorſque l'on connoît un des angles aigus. on connoit auſſi l'autre, en ôtant ſeulement cet angle aigu de 90 dégrez, car le droit eſt auſſi égal à 90 dégrez.

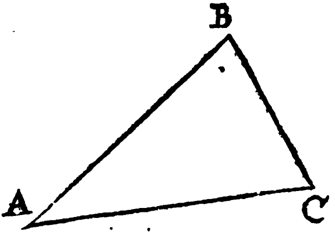
DE LA RESOLUTION DES TRIANGLES.

PREMIERE REGLE.

Pour tous les Triangles en général.

En tout triangle A B C.

Le ſinus d'un angle comme A B C.



Eſt au côté oppoſé AC.

Comme le ſinus de quelqu'autre angle BAC.

Eſt à ſon côté oppoſé BC.

Ou bien ce qui est la même chose.

Un côté AC.

Est au sinus de son angle opposé ABC.

Comme le côté BC.

Est au sinus de son angle opposé BAC.

On peut résoudre par cette regle plusieurs cas des triangles, pourvû que de quatre parties du triangle proposé, dont il y en a trois de connuës, & une que l'on cherche, il y ait deux angles opposez à deux côtez.

EXEMPLE.

Soit dans le triangle ABC l'angle ABC donné de 85 degrez, & le côté AC opposé à cet angle soit aussi donné de 345 toises; enfin soit donné l'angle BAC de 30 degrez, on demande le côté BC. Ayant disposé les termes de cette proportion dans l'ordre qui leur convient, comme on voit ici.

L'angle ABC donné 85 degrez.

Le côté AC donné 345 toises.

L'angle BAC donné 30 degrez.
Le côté demandé ou cherché BC.
Soit donc

le nombre logarithm. de 345. 2. 53782
le sinus logarithm. de 30 degr. 9. 69897

Somme des logarithmes des termes du milieu de la regle 12. 23679
Sinus logarith. de 85 deg. à ôter 9. 99834

Reste logarithmique 2. 23845
qu'il faut chercher dans les logarithmes des nombres naturels, & l'on trouve qu'il répond au nombre naturel 173 & $\frac{3}{20}$ à peu-près; on aura donc pour le côté cherché 173 toises & $\frac{3}{20}$ de toises qui valent à peu près 10 pouces.

Autre Exemple.

Soit le côté AC donné de 3649 pieds, l'angle ABC de 78 degrez 27 minutes, le côté BC de 1830 pieds, & l'on cherche l'angle BAC opposé à ce dernier côté. Ayant donc disposé les termes de la proportion en cette sorte:

Le

Le côté AC donné 3649 pieds.

L'angle ABC opposé à ce côté 78 degrez 27 min.

Le côté BC donné 1830 pieds.

L'angle cherché BAC.

On aura

le logarithme de 78 d. 27 m.	9.99111
le logarithme de 1830	3.26245
somme	13.25356
logarithme de 3649 à ôter	3.56217
reste	9.69139

qui est le logarithme du sinus de l'angle cherché, à sçavoir 29 degrez 25 minutes $\frac{3}{4}$.

Remarque sur cette regle.

Si dans la question proposée de deux angles & d'un côté, il falloit trouver le côté opposé à l'angle qui n'est point donné, cette même regle ne laisseroit pas d'y servir; car l'angle qui n'est point donné, sera connu en ôtant de 180 degrez la somme des deux angles donnez comme nous avons déja remarqué

M

ci-devant; c'eſt pourquoi on réſoudra cette queſtion par la regle précedente, en mettant l'angle qu'on aura trouvé pour le troiſiéme terme de la proportion, & le côté cherché ſera le quatriéme terme oppoſé à cet angle.

Il faut encore remarquer que lorſqu'il faut trouver un angle par cette regle, deux côtez & un angle étant donnez, il faut ſçavoir ſi l'angle que l'on cherche eſt aigu ou obtus, car l'angle trouvé ſera toujours aigu; & s'il doit être obtus, ce ſera le complément de l'aigu qu'on aura trouvé juſqu'à 180 derez.

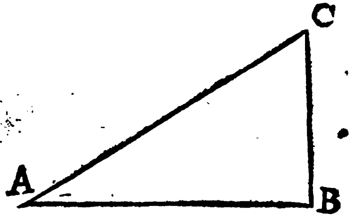
SECONDE REGLE.

Pour les Triangles rectangles.

L'Angle droit étant toujours donné dans ce triangle, on ne parle que de deux autres parties données entre les cinq qui reſtent.

Soit donné au triangle ABC qui eſt rectangle en B, les deux ôtez BA

320 pieds, BC 250 pieds qui ſont autour de l'angle droit, & l'on demande



un des angles aigus comme BAC. Il faudra diſpoſer les termes en cette ſorte.

Le côté AB 320 donné, qui eſt joint à l'angle que l'on cherche.

Le côté BC. 250 oppoſé à cet angle.

Le rayon ou ſinus total.

La tangente de l'angle que l'on cherche.

Soit donc

le logatithme de 250 2. 39794
le logarith. du rayon eſt toujours 10. 00000

ſomme des logarithmes 12. 39794
logarith. de 320 pieds à ôtera 2. 50515

reſte 9. 89279

qui eſt le logarithme de la tangente de l'angle cherché, qui répond à l'angle de 38 deg. o. m.

TROISIE'ME REGLE

Pour les Triangles rectangles.

LEs deux côtez autour de l'angle droit étant donnez comme ci-devant, dont l'un ſoit AB de 567 pieds, & l'autre BC de 419 pieds; l'on demande le côté AC oppoſé à l'angle droit, lequel côté on appelle *hypoteneuſe* dans le triangle rectangle.

Pour réſoudre cette queſtion, il faut premierement par la regle précédente connoître l'un des angles aigus comme BAC, que l'on trouvera de 36 deg. 28 min. & enſuite par la premiere regle on trouvera AC en diſpoſant les termes en cette ſorte.

Le ſinus de l'angle BAC 36 deg. 28 min.

Le côté BC 419 pieds oppoſé à cet angle.

Le rayon ou ſinus total ou de 90 degrez.

Le côté de l'hypotenuſe A C cherchée.

La regle étant faite on trouvera cette hypotenuſe de 705 pieds à fort peu près.

QUATRIE'ME REGLE.

Sur les Triangles rectangles.

ETant donné l'un des côtez autour de l'angle droit, comme AB de 620 pieds, & l'hypotenuſe AC de 837 pieds, on demande l'autre côté BC.

Premiere Méthode.

Il faut d'abord chercher par la premiere regle l'angle ACB oppoſé au côté donné AB, en diſpoſant les termes en cette ſorte.

L'hypotenuſe AC.

Le rayon ou ſinus total.

Le côté AB,

L'angle ACB.

L'angle ACB étant connu de 47 deg. 47. min. on aura par conséquent l'autre angle aigu BAC de 42 deg. 13 m. qui sera le complément à 90 degrez de l'angle ACB, & en se servant encore de la premiere regle, on trouvera le côté BC que l'on cherche de 562 pi. $\frac{4}{10}$.

La position des termes de la proportion se fera en cette sorte.

Le rayon ou le sinus de l'angle droit ABC.

L'hypotenuse AC.

Le sinus de l'angle BAC.

Le côté BC opposé à l'angle BAC.

Seconde Méthode.

On peut faire cette regle par une seule opération, en joignant ensemble deux logarithmes, dont l'un est celui de la somme de 1457 de l'hypotenuse AC 837, & du côté donné AB 620, & l'autre est celui de la difference 217 de l'hypotenuse & du même côté AB; car la moitié de

la somme de ces logatithmes est le logarithme du côté cherché BC. Ainsi

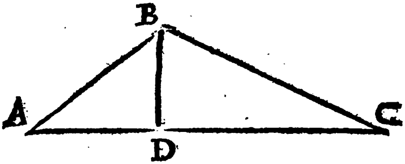
le logarith. de 1457 pi. est	3. 16346
le logarith. de 217 pi. est	2. 33646
somme des logarithmes	5.49992
leur moitié	2.74996

qui est le lagarithme du nombre naturel 562 & près de $\frac{4}{10}$, ce qui sera 562 pieds & un peu plus de 4 pouces pour le côté cherché BC.

Les autres questions des triangles rectangles se peuvent résoudre par la premiere regle; où l'on doit remarquer que si l'on donnoit l'hypotenuse à l'un des côtez, & que l'on demandât l'angle opposé à l'autre côté inconnu, il faudroit premierement trouver l'autre angle aigu par la premiere regle, & prendre ensuite son complément à un droit ou à 90 degrez, qui seroit l'angle cherché.

CINQUIE'ME REGLE.

Pour les Triangles qui ne ſont pas rectangles & qu'on appelle obliqu-angles.



DAns un triangle obliqu-angle étant donné deux côtez comme AB de 520 pieds, & BC de 735 pieds avec l'angle ABC de 117 degrez 45 minutes compris par ces mêmes côtez, on demande les autres angles comme BAC.

On doit d'abord trouver la moitié de la difference des deux angles inconnus, en poſant les termes en cette ſorte.

La ſomme des côtez connus AB, BC 1255 pieds.

La difference de ces mêmes côtez 215 pieds.

La

La tangente de la moitié de la somme des angles inconnus : or les deux angles inconnus ensembles sont le supplément à 180 degrez de celui qui est donné, à sçavoir 62 deg. 15. min. & la moitié de cette somme sera 31 deg. 7 min. $\frac{1}{2}$.

La tangente de la moitié de la difference des mêmes angles.

Soit donc

le logar. du nombre naturel 215.	23244
le log. de la tang. de 31 deg. 7 m. $\frac{1}{2}$	9.78092
somme des logarithmes	12.11336
logarithme de 1255 à ôter	3.09864
reste, qui est le logarithme de la	9.01472

tangente de 5 degrez 54 min. 22 sec. pour la difference de la moitié des angles inconnus.

Enfin si l'on ajoute cet angle à la moitié de la somme des inconnus, à sçavoir à 31 deg. 7 minutes $\frac{1}{2}$ on aura le plus grand angle de ceux que l'on cherche, lequel sera de 37 deg. 1 m. 52 sec. qui doit être opposé au plus grand côté des deux qui sont

N

donnez dans le triangle; & cet angle ſera BAC. Mais ſi la même difference trouvée eſt ôté de la moitié des angles inconnus, on aura le plus petit, à ſçavoir BCA de 25. deg. 13 m. 8 ſec. lequel eſt oppoſe au plus petit côté AB.

SIXIE'ME REGLE.

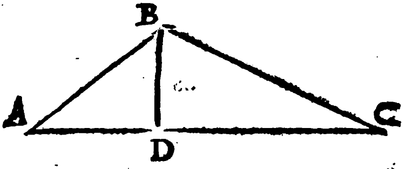
Des Triangles obliqu-angles.

DAns un triangle obliqu-angle étant donnez deux côtés, & l'angle compris par ces côtés comme dans la régle précedente, trouver le troiſiéme côté.

Il faut d'abord chercher quelqu'un des autres angles par la regle précédente, & enfin par la premiere regle on trouvera le côté que l'on cherche.

SEPTIE'ME REGLE.

Des Triangles obliqu-angles.



DAns un triangle obliqu-angle ABC étant donnez les trois côtés comme AC de 835 pieds, AB de 437 pieds, & BC de 620 pieds, il faut trouver l'un des angles comme BAC.

On réduit d'abord ce triangle obliqu-angle à un triangle rectangle, comme ADB, par une perpendiculaire comme BD que l'on imagine être menée sur le plus grand côté des deux qui comprennent l'angle cherché, en sorte que l'angle cherché soit un des angles du triangle rectangle, & que trois de ses autres parties soient connuës. Pour cet effet on fera la regle de proportion comme il suit.

Comme le plus grand côté AC 835 pieds des deux qui enferment l'angle cherché BAC.

Eſt à la ſomme des deux autres côtez 1057 pieds.

Ainſi la difference 183 pieds des deux mêmes côtés.

A une quatriéme grandeur proportionnelle, aux trois autres données, que l'on trouvera de 231 pieds $\frac{6}{10}$.

On prendra enſuite la difference 603 pieds $\frac{4}{10}$ entre cette quatriéme proportionnelle & le grand côté que l'on a pris d'abord. La moitié de cette différence qui eſt 301 pieds $\frac{7}{10}$, ſera le côté AD du triangle rectangle ABD, dont l'hypotenuſe eſt AB qui eſt le plus petit des deux côtez qui renferment l'angle requis. C'eſt pourquoi par la premiere regle on trouvera l'angle oppoſé au côté donné; dont le complément à un droit où à 90 degrez ſera celui que l'on cherche. On diſpoſera les termes de cette regle en cette façon.

Le petit côté AB autour de l'angle cherché 437 pieds.

Le rayon ou ſinus total.

La moitié de la difference trouvée 301 pieds $\frac{7}{10}$, qui eſt AD.

Le ſinus de l'angle 43 deg. 39 min. 40 ſec. qui eſt le complément à un droit de l'angle BAC que l'on cherche, à ſçavoir 46 deg. 20 min. 20 ſec.

Il faut remarquer que ſi la quatriéme grandeur proportionnelle que l'on a trouvée ci-devant, eſt égale au grand côté premierement pris, l'angle cherché ſera droit. Mais ſi cette quatriéme proportionnelle eſt plus grande que ce grand côté, l'angle cherché ſera obtus, lequel angle obtus ſera le reſte que l'on trouve, en ôtant l'angle aigu qui eſt donné par la régle de 180 degrez. Enfin ſi la quatriéme propotionnelle eſt plus petite que le grand côté pris d'abord, l'angle cherché ſera aigu, qui eſt le même que l'on trouve par la regle.

HUITIE'ME REGLE.

Des Triangles obliqu-angles.

SI les trois angles d'un triangle étoient donnez, il faudroit prendre les sinus de ses angles, qui pourroient servir pour les côtés opposés aux angles de ce triangle obliqu'angle ; car la forme ou l'espece du triangle seroit seulement donnée sans qu'on pût déterminer la grandeur de ses côtez.

POUR LEVER LE PLAN.

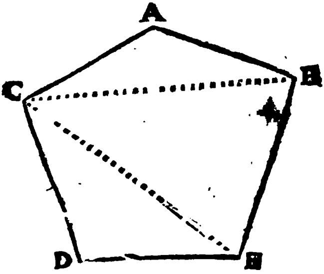
D'UN TERREIN PROPOSÉ.

AVANT que l'on puiſſe meſurer la ſuperficie d'une Terre, il ſemble qu'il eſt à propos d'en connoître la figure, & d'en pouvoir lever le plan; c'eſt-à-dire, qu'on puiſſe tracer ſur du papier ou ſur quelque ſuperficie unie, une figure entierement ſemblable à la piece de terre que l'on doit meſurer. Cependant il n'eſt pas toujours néceſſaire de tracer cette figure avec toute l'exactitude poſſible. il ſuffit d'en connoître toutes les dimentions néceſſaires pour le pouvoir faire, & l'on pourra tirer de cette connoiſſance la grandeur de la ſuperficie propoſée. Par exemple, ſi le terrein que l'on veut meſurer étoit un triangle rectiligne, il ne ſeroit pas néceſſaire de tracer ce triangle ſur

du papier pour connoître combien il tient de toises en superficie. Il suffiroit d'en avoir quelques dimensions qui pourroient servir à le tracer, comme la longueur de ses trois côtez, deux angles & un côté, ou bien deux côtez & un angle, & de ces quantités données on en trouveroit la mesure que l'on cherche.

Mais l'Arpenteur n'a pas seulement besoin d'exactitude pour bien mesurer ce qui lui est proposé, il faut encore fort souvent qu'il fasse les plans des lieux qu'il doit mesurer, ou qu'il a mesuré, & qu'il y ajoute l'échelle sur laquelle les plans sont tracez, afin qu'on puisse connoître par la vûë de ces plans la disposition des lieux : lesquels plans sont aussi fort souvent produits en Justice, après qu'il les a certifiez véritables. C'est pourquoi nous enseignerons la méthode de lever des Plans de la maniere la plus simple qu'il sera possible, suivant les differentes dispositions des lieux qui seront proposez.

La premiére & la plus ſimple des méthodes dont on peut ſe ſervir pour lever le plan d'un terrein qui eſt renfermé par des lignes droites, c'eſt de le diviſer en triangles par d'autres lignes droites qui paſſent par les angles de la figure propoſée, comme on voit en cette figure ABCDE, qui répreſente une piece de terre dont on doit lever le plan, laquelle eſt renfermée par des lignes droites, & dans laquelle ayant mené les lignes droi-



tes CB, CE on diviſera la figure en trois triangles, qui contiennent toute la figure de la piece de terre propoſée. Si l'on a donc la méthode de lever le plan d'un triangle, on aura auſſi celle de lever celui de toute cet-

te figure, & de toute autre piece de terre comprise de lignes droites, dans laquelle on peut mener des lignes qui la divisent en triangles,

Mais avant que de lever le plan d'un triangle, il faut sçavoir tracer sur le terrein des lignes droites pour former les triangles. Pour cet effet on prépare plusieurs bâtons droits de la grosseur d'un pouce, & longs d'environ trois à quatre pieds, comme sont à peu-près les échalas.



On les appointe par l'un des bouts, & par l'autre on y fait une petite pente pour y pouvoir ficher une carte à jouer, ou un morceau de papier, comme on peut voir dans cette figure. Ces bâtons se nomment en terme d'Arpentage, *des Jallons*.

Si l'on veut tracer sur le terrein une ligne droite comme par les points B & C dans la figure précédente, & si l'on peut voir de l'un des points comme B l'autre point C;

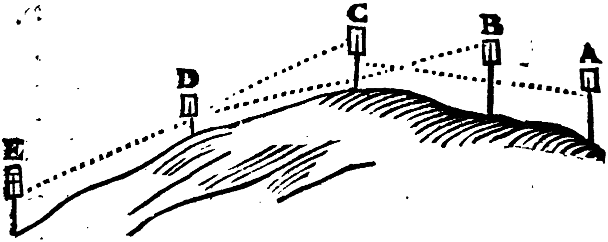
ayant fait planter 2 Jallons aux extrémitez B & C, & s'étant écarté de l'un de ces points d'environ 8 ou 10 toises, lorsqu'on se sera mis dans une telle position que l'on puisse voir d'un seul œil les cartes des deux Jallons l'une derriere l'autre, on fera planter autant de Jallons que l'on voudra entre les deux qui sont aux extrémitez B & C, en sorte que les bâtons de tous ces Jallons soient cachez par le premier, c'est ce qu'on appelle *Bornoyer*. Les Jallons doivent être plantez à 10 toises environ les uns des autres. Tous ces Jallons seront dans une même ligne droite qui passeroit par le premier & par le dernier. Il faut observer de planter les Jallons le plus à plomb qu'il sera possible. La hauteur des Jallons remedie à l'inégalité du terrein, lorsqu'il n'est pas fort irrégulier, & il suffit que quelque partie du bâton du Jallon soit caché par ceux de devant; car il n'est pas possible de trouver un terrein assez uni pour mettre tous les

Jallons à une même hauteur, pourvû qu'on soit assuré en bornoyant qu'ils sont plantez dans une même ligne droite entre le premier & le dernier. On peut même éviter quelques petits fonds du terrein, en plantant les Jallons au-delà sur un lieu un peu plus élevé.

Si l'on vouloit tracer sur le terrein la ligne que nous avons seulement marquée par plusieurs points, il n'y auroit qu'à tendre un cordeau entre les Jallons de l'un à l'autre, & faire un sillon sur la terre immédiatement audessous de ce cordeau.

On pourra par cette même méthode prolonger autant que l'on voudra une ligne droite sur un terrein, sans qu'il soit nécessaire que de l'un des Jallons on voye tous les autres, il suffit que l'on en puisse voir trois tout ensemble. Comme les deux A & B étant posez, on en fera mettre un autre comme en C, en sorte que l'on voye en bornoyant par les deux premiers A & B, que le troisiéme C

soit dans la même ligne droite. Maintenant si en bornoyant par les Jallons



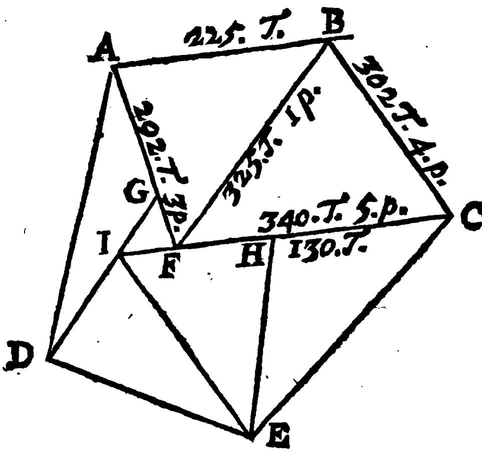
AB & C on n'en pouvoit pas voir un autre que l'on voudroit faire planter en un point comme E dans la même ligne droite des trois premiers ABC; il suffiroit en bornoyant par les deux derniers B & C d'en faire planter un dans quelque point D, qui fût couvert par les deux B & C & enfin en bornoyant par les deux C & D, on feroit planter le Jallon en E. Tous ces Jallons seroient en ligne droite, c'est-à-dire, que s'ils étoient élevez à plomb autant qu'il seroit nécessaire pour voir le premier & le dernier tout ensemble, on verroit aussi tous les autres sous une même ligne droite. Car il faut remarquer que dans

cette opération on n'a point d'égard à l'inégalité du terrein.

On pourroit par cette méthode planter des Jallons en ligne droite, avec deux qui seroient placez comme en A & en E, en telle sorte que si l'on ne pouvoit pas voir le Jallon E, l'œil étant placé vers A; ni par conséquent le Jallon A, l'œil étant en E, il faudroit d'abord planter deux Jallons comme en C & en D, les plus éloignez que l'on pourroit l'un de l'autre, mais pourtant en telle sorte que du Jallon C on pût voir en bornoyant le Jallon E dans la ligne droite CD, & que du Jallon D on pût voir en bornoyant le Jallon A dans la même ligne droite DC; ce qui ne se peut faire qu'en tâtonnant, en plaçant les Jallons C & D en differentes positions.

Ayant tracé une ligne droite dans une piece de terre, on mesurera cette ligne avec une toise, ou avec une chainette de fil de fer, sur laquelle les pieds & les toises sont mar-

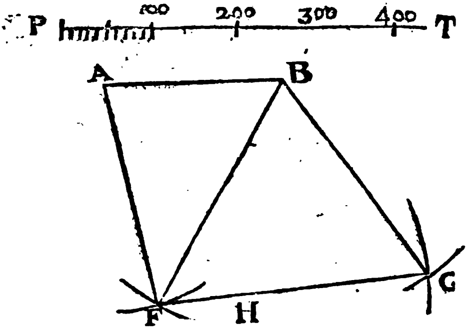
qués ; & s'il n'y a que les toiſes de marquées ſur la chaîne , on aura une toiſe en particulier diviſée en pieds & en pouces , dont on meſurera le reſte de la ligne propoſée , que l'on ne peut pas meſurer avec la chaîne.



Enfin de quelque maniere que ce ſoit, il faut tâcher de diviſer la figure propoſée en triangles il n'importe pas comment ils ſoient diſpoſez , pourvû qu'ils rempliſſent toute la figure , comme on peut voir dans cet exemple ; & il n'eſt pas poſſible de donner

des regles pour ces divisions, à cause des differentes sujetions qui se rencontrent.

La piece de terre étant donc divisée en triangles, on mesurera tous leurs côtez séparément, & on les écrira exactement sur un brouillon que l'on fera par l'estime, le plus semblable qu'il sera possible à la figure & aux divisions de la terre qu'on veut mesurer.



Pour mettre au net le brouillon que l'on aura fait, il faudra d'abord tirer sur le papier une ligne droite PT, qui sera divisée en parties égales, lesquelles representeront chacune

cune tel nombre de toises qu'on voudra. Cette ligne ainsi divisée s'appelle l'*échelle* du plan.

Ensuite on tracera la ligne droite AB, que l'on fera de la longueur de 225 toises de celle de l'échelle, & ayant pris sur cette même échelle une longueur de 325 toises 1 pied pour le côté BF du triangle ABF, on mettra une des pointes du compas au point B de la premiere ligne AB; & l'on décrira avec l'autre pointe une petite portion de cercle, comme on voit dans la figure. Ensuite on prendra sur la même échelle une longueur de 292 toises 3 pieds pour le troisiéme côté AF du triangle ABF; & ayant mis une des pointes du compas au point A, on décrira avec l'autre pointe une portion de cercle qui coupe au point F la portion premierement décrite. Le triangle BFA sera entierement semblable à celui qui est compris sur le terrein, par les trois lignes droites AB, BF, AF. Il n'est pas nécessaire sur le plan que l'on met

au net, de tracer les lignes BF, AF, puisqu'elles ne sont formées sur le terrein, que pour avoir la figure de toutes la piece de terre proposée. Si la piece de terre étoit un triangle, le plan en seroit fait par ce seul triangle.

Mais posons que la figure proposée sur le terrein soit comprise par plusieurs triangles, comme nous avons fait d'abord, il faut donc joindre sur notre plan au net le triangle BCF, qui soit semblable à celui du terrein. Puisque nous avons déja le côté BF de la mesure qu'il faut, on prendra sur l'échelle une grandeur de 302 toises 4 pieds pour le côté BC, & ayant mis une des pointes du compas au point B sur le plan, on décrira avec l'autre pointe une portion de cercle, & ayant pris aussi sur l'échelle une grandeur de 340 toises 5 pieds pour le côté FC, on posera une des pointes du compas au point F, & avec l'autre pointe on décrira une portion de cercle qui coupera la précédente au point C. Ainsi le triangle

AFC ſera ſur le plan ſemblable à celui du terrein.

On pourſuivra cette opération en décrivant tous les autres triangles de la même maniere que nous avons décrit les deux précédens, en obſervant toujours qu'il faut que l'un des côtez de celui qui eſt déja décrit ſerve de baſe ou de côté à celui qu'on veut décrire enſuite. Il arrive quelquefois qu'un des côtez d'un triangle déja décrit ne peut pas ſervir tout entier au côté du triangle qui lui eſt joint, mais ſeulement une partie de ce côté, ou ce même côté prolongé. comme on voit dans l'exemple précedent, où le triangle CHE a bien ſon côté ſur le côté CF du précédent triangle BFC ; mais comme ce côté CH eſt plus petit que CF, & qu'il n'eſt que de 130 toiſes, on prendra 130 toiſes ſur l'échelle que l'on portera en CH ſur la ligne CF du plan que l'on met au net. Enſuite ſur cette baſe CH on fera le triangle CHE de la même maniere qu'on a fait les au-

tres, & l'on achevera de même toute la figure.

Cette premiere méthode ſuppoſe que l'on puiſſe diviſer une terre propoſée en triangle ; mais comme il arrive ſouvent qu'il n'eſt pas poſſible de la diviſer ainſi, à cauſe des empêchemens qui ſe rencontrent, comme s'il y avoit un bois au dedans, il faudroit ſe ſervir d'une autre méthode qui eſt de connoître quelques angles avec quelques côtez dans la figure propoſée.

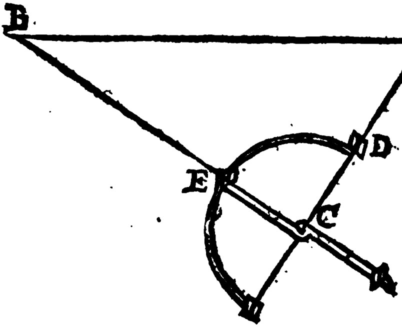
La plus commode des méthodes que nous ayons pour connoître l'ouverture ou la valeur d'un angle, c'eſt de le meſurer avec un cercle ou un demi-cercle diviſé en degrez & en minutes. On peut faire ces demi-cercles de bois ou de leton, mais les meilleurs ſont de leton, car le bois eſt trop ſujet à ſe tourmenter par les differens changemens de l'air. Ces inſtrumens ſont garnis d'une regle qu'on appelle *Alidade*, qui ſe tourne ſur un clou ou pivot rond, dont le

centre eſt préciſément dans le centre du demi-cercle. Cette regle a vers les extrémitez deux petites pieces de cuivre élevées qu'on appelle *Pinnules*, & qui lui ſont fortement attachées. Ces pinnules ont deux petites fentes élevées perpendiculairement ſur le plan de l'inſtrument, & en telle ſorte que la ligne droite qui paſſe par ces deux petites fentes paſſe auſſi par le centre de l'inſtrument. Il y a deux autres pinnules attachées au corps de l'inſtrument vers les extremitez du demi-cercle, en ſorte que la ligne qui paſſe par les fentes de ces deux pinnules réponde exactement au diametre du demi-cercle, & qu'ainſi elle paſſe par le centre de l'inſtrument & par le commencement & l'extremité du demi-cercle. Ces deux pinnules doivent être autant éloignées du centre du demi-cercle, qu'il eſt nécéſſaire pour laiſſer paſſer l'alidade entre deux. Les meilleurs de ces demi-cercles ſont diviſez pour l'ordinaire de ſix en ſix minutes, & *la ligne de foy* de

l'alidade est celle qui montre la grandeur de l'angle sur la division. Au-dessous de ces instrumens on applique une boussole pour pouvoir connoître en mesurant les angles, la position de chacune des lignes qui enferment l'angle, à l'égard de la ligne méridienne. On y attache aussi un genoüil qui sert à poser cet instrument sur un pied élevé d'une hauteur raisonnable pour s'en servir, donnant aussi à même temps la commodité de le pouvoir tourner & élever comme on veut. Il y en a qui ont des lunettes d'approche au lieu de pinnules, ce qui donne une grande facilité pour observer. Cet instrument est fort commun, & comme on le trouve par tout chez les ouvriers, en le considerant avec un peu d'atention on en pourra avoir une connoissance plus parfaite que n'en pourroit donner une figure avec une longue description. Passons à son usage.

Lorsqu'on veut connoître l'ouverture d'une angle qui est compris sur

un terrain par deux lignes droites, comme AC, BC, lesquelles venant



des points A & B se rencontrent au sommet C de cet angle; on posera l'instrument sur son pied, & l'on fera en sorte que son centre réponde autant qu'il est possible au point C, qui est le sommet de l'angle que l'on veut connoître. Ensuite on tourne le demi cercle sur son genoüil tant qu'on puisse voir par ses pinnules immobiles une des extremitez connue A de l'une des lignes qui comprennent l'angle, & l'instrument demeurant immobile dans cette position,

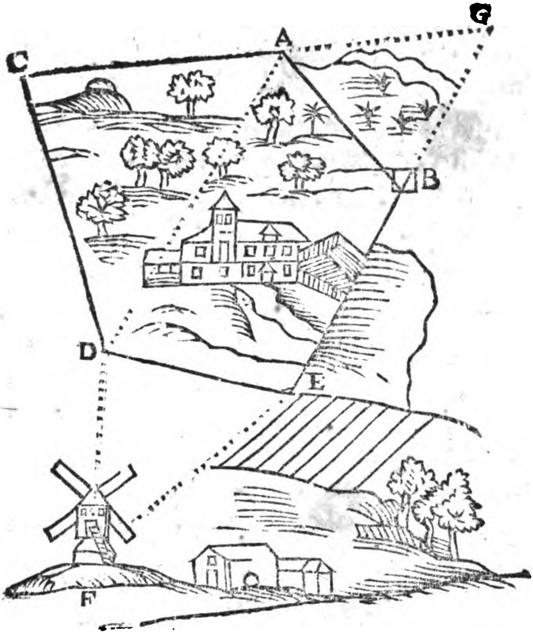
on tourne l'alidade tant qu'on puisse voir par ses pinnules l'extremité B de l'autre ligne qui comprend l'angle qu'on doit mesurer. Alors le nombre des degrez & des minutes comprises entre la ligne de foy de l'alidade, laquelle est en E jusqu'au commencement du demi-cercle en D, sera la valeur de l'arc de cercle qui mesure l'angle A C B.

On pourra faire la même opération pour les autres angles B & A du triangle A B C; & si l'on a la commodité de mesurer ces trois angles, on doit trouver que leur somme sera de 180 degrez, qui valent deux angles droits.

Mais quand on auroit les trois angles d'un triangle, on ne pourroit pas pour cela connoître la grandeur des côtez de ce triangle, on n'en auroit (comme nous avons dit dans la Trigonometrie) que la proportion de ses côtez; aussi la connoissance de la grandeur des trois angles d'un triangle ne sert que pour rectifier l'observation

vation

vations qu'on auroit faite de deux angles.



Soit donc un terrein proposé comme ABCDE, dont le milieu est si fort occupé par des bâtimens & par des bois, que l'on ne peut en aucune maniere tracer des lignes au travers.

Il faudra en cette occasion placer le demi-cercle à l'un des angles de la figure comme en E, & connoître par son moyen l'ouverture de l'angle BED, comme nous venons d'enseigner, & ayant mesuré la longueur des deux côtez E B, E D, qui enferment cet angle, nous imaginant qu'il y a une ligne droite qui va du point D au point B, & qui forme le triangle BDE sur le terrein, nous connoîtrons dans ce triangle les deux côtez EB, ED, & l'angle B E D compris par ces côtez; c'est pourquoi nous trouverons par la Trigonometrie la longueur du côté B D de ce triangle, laquelle nous ne pouvons pas mesurer. Nous trouverons aussi la grandeur des deux angles EBD, E D B, pour servir aux autres triangles que nous imaginons dans cette piece de terre.

Puisque nous connoissons les trois côtez du triangle BE D, nous en pourrons faire le plan. Mais pour connoître l'autre triangle comme ABD, il faut voir ce qui en peut

être donné, tant par la mesure des côtez que des angles. Premierement dans ce triangle A B D nous pourrons mesurer le côté AB, nous avons de plus la longueur du côté BD par la précédente opération; il faut donc que nous ayons encore une partie dans ce triangle, soit un angle ou un côté, pour en pouvoir faire la figure ou le plan. Supposant que nous ne puissions pas mesurer le côté AD à cause des empêchemens qui se trouvent entre deux, il nous restera seulement à en connoître un des angles. Mais ayant mis l'instrument au point B ou au point A, nous ne pourrons pas observer la grandeur de l'angle A B D ou B A D, à cause que nous supposons que des points A & B, on ne peut pas voir le point D; il faut donc chercher un autre moyen pour connoître un de ces angles comme A B D.

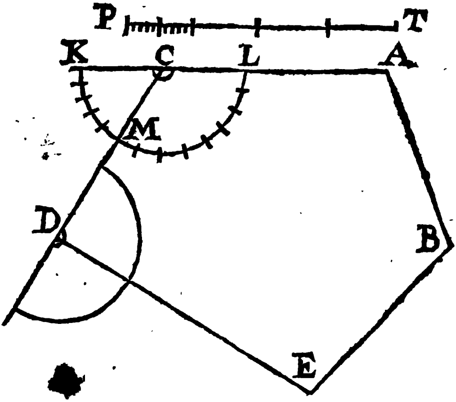
Si ayant mis le demi-cercle au point B, on a observé la grandeur de l'angle E B A, on pourra connoître

par ſon moyen l'angle que l'on cherche; car puiſque dans la premiere opération on a trouvé par le calcul de la Trigonometrie, la valeur de l'angle EBD, il eſt evident que ſi l'on ôte l'angle connu E B D de l'angle obſervé EBA il reſtera l'angle ABD que l'on cherche, & dont on a beſoin pour connoître le triangle BAD. Dans ce triangle ABD ayant donc connu les côtez BA, BD & l'angle A B D qu'ils comprennent, on trouvera par la Trigonometrie l'autre côté A D, & les angles B A D, BDA.

S'il n'y a plus qu'un triangle qui reſte comme le triangle A C D dans cette figure, il ſuffira de meſurer les deux côtez C A, C D, car le troiſiéme ſera auſſi connu par l'opération précédente. Ainſi par cette méthode nous connoîtrons les côtez des triangles qui compoſent la piece de terre que l'on doit meſurer, & nous en ferons le plan au net, comme nous avons enſeigné dans la premiere méthode.

On pourroit encore faire ce plan par le moyen des côtez ſeuls de la figure avec les angles qu'ils comprennent ſans avoir beſoin d'aucun calcul de Trigonometrie ; mais cette méthode ne paurroit pas ſervir pour connoître la ſuperficie d'un terrein propoſé. Cependant comme elle peut avoir ſes uſages, nous en expliquerons la maniere.

Ayant diſpoſé ſon échelle comme nous avons enſeigné dans la précédente méthode ; on tracera une li-



gne comme A C, qui repréſente

l'un des côtez AC de la figure proposée; Ensuite on aura un *Rapporteur* LMK, qui est un demi-cercle, de quelque matiere fort mince, comme de leton, carte ou corne bien dressé, au travers de laquelle on peut aussi voir ; ce qui est commode dans quelques rencontres; ce rapporteur ayant sa circonférence divisée en degrez & en parties de degrez autant petites que sa grandeur le pourra permettre, on appliquera son diametre K C L sur la ligne A C que l'on a tracé sur le papier, ensorte que son centre qui est un peu vuidé puisse être appliqué immédiatement à l'extrêmité de la ligne A C. Ensuite on prendra sur la circonférence de ce rapporteur un arc LM égal à l'angle ACD que l'on a observé sur le terrein, lequel est compris par les côtez de la figure C A, C D, & l'on marquera sur le papier un point M qui touche le point M. Ayant ôté le rapporteur on menera la ligne CM

prolongée juſqu'en D, enſorte que toute ſa longueur C D ſoit égale en parties de l'échelle, au nombre des toiſes du côté C D de la figure.

Enſuite on mettra le centre du rapporteur au point D, & ſon diametre ſur la ligne C D, & par ſon moyen on fera l'angle C D E égal à l'angle obſervé ſur le terrein, & compris par les côtez C D, D E; & en pourſuivant ainſi on achevera la figure. Mais il arrive ſouvent dans cette maniere de tracer un plan, que la derniere ligne avec l'angle qu'elle doit faire avec la précédente, ne peut pas joindre la premiere, ce qui fait voir qu'il y a quelque erreur ou dans l'obſervation des angles compris par les côtez de la figure, ou dans le rapport que l'on a fait de ſes angles ſur le papier. On pourra connoître ſi les angles que l'on a obſervez ſur le terrein ſont juſtes, il n'y aura qu'à faire une ſomme des degrez que l'on à trouvez dans tous les angles de la figure, & cette ſomme doit être égale

à celle qui eſt faite de 180 degrez pris autant de fois qu'il y a de côtez à la figure, de laquelle ſomme on aura ôté 360 degrez; comme dans la figure précédente, ſi l'angle A C D eſt de 120 degrez 25 minutes, l'angle C D E de 88 degrez 12. min. l'angle D E B de 104. deg. 29 min. & l'angle E B A de 116 deg. 30 min. l'angle B A C doit être de 110 deg. 24 min. Car comme la figure a cinq côtez, il faut multiplier 180 degrez par 5, & le produit ſera 900 deg. dont il faut ôter 360 deg. & par conſéquent il reſtera 540 degrez pour la ſomme des cinq angles de la figure propoſée.. Cette regle ſert pour toute ſorte de figures regulieres & irrégulieres, quand même il y auroit des angles rentrans.

Cetre ſeconde méthode de lever les Plans peut ſervir pour lever le plan d'un Etang dont la figure ſera irréguliere : car on peut tracer ſur les bords pluſieurs lignes droites qui renfermeront l'Etang; & quoiqu'on

puiſſe voir de l'un des points comme A un autre point D, on ne peut pas pourtant meſurer la ligne A D, c'eſt-pourquoi il faudra dans ce cas ſe ſervir des angles des triangles; on pourra ſeulement abréger les opérations, car dans chaque triangle comme B E D il ne ſera pas néceſſaire de calculer les angles E B D, EDB pour avoir l'angle A B D & les autres, en les ôtant de ceux que l'on aura obſervez, comme de A B E, puiſqu'on pourra les obſerver immédiatement.

S'il y avoit quelque empêchement qui ne permit pas de meſurer quelqu'un des côtez de la figure, comme ſi le côté A B traverſoit un marais, & qu'il fût abſolument néceſſaire de connoître ce côté, il faudroit prendre quelque point comme G hors de la figure, en un endroit d'où l'on pût meſurer les lignes droites GB & GA, menées de ce point G aux extrémitez A & B de la ligne que l'on veut connoître; car ayant de plus obſervé l'angle G B A, ou quelqu'un des au-

tres de ce triangle A B G, on trouvera par le calcul trigonometrique la longueur du côté A B dans le triangle A B G.

Cette pratique peut aussi servir à placer quelque point ou objet, comme le moulin F, tant au dedans qu'au dehors de la terre proprosé. Car si l'on suppose qu'on a formé le triangle F D E avec un des côtez D E de la figure, on aura la position de ce moulin sur le plan, soit qu'on puisse mesurer les trois côtez du triangle F D E, soit qu'on n'en puisse mesurer qu'un ou deux avec les angles.

Je ne parle point de lever le plan d'une figure réguliere, comme d'un cercle ou d'un carré ou quarré long; car pour le cercle il suffiroit d'avoir mesuré son diametre ou son demi-diametre, lequel serviroit à tracer la figure circulaire sur le papier. Pour le quarré qui doit avoir ses quatre côtez égaux & les quatre angles droits, il faudroit seulement en mesurer un des côtez; & enfin pour le

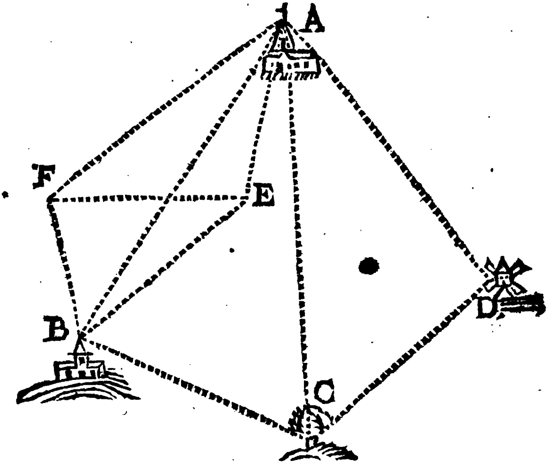
quarré long qui a les quatre angles droits & les côtez opposez égaux, il faudroit en mesurer les deux côtez qui sont inégaux. Mais comme il est três-difficile de s'assurer si une figure est réguliere, c'est-à-dire, si elle a ses angles & ses côtez égaux, il sera toûjours plus sûr d'opérerer par les triangles, comme nous avons enseigné, puisqu'il est impossible de faire aucune erreur sensible par cette méthode.

Pour faire une Carte ou un grand Plan.

SI l'on vouloit lever la carte d'une terre de grande étendue, ou d'une grande Seigneurie qui contient plusieurs lieuës, il faudroit toûjours diviser en plusieurs triangles le pays dont on veut faire la carte, ou dont on veut lever le plan, en établissant des points connus dans le pays pour sommet des angles des triangles, & il faudroit que ses points fussent choisis en des lieux d'où l'on pût voir com-

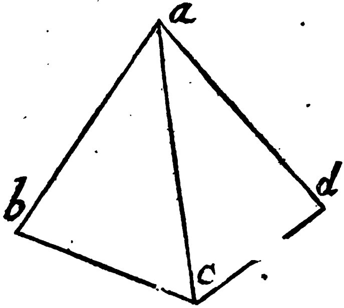
modément deux autres points. Ces points doivent être des clochers, des moulins à vent, de gros arbres; & autres choses apparentes dans la campagne.

L'on supposera qu'il y a des lignes comme A B, B C, A C, A D, C D, qui joignent les points qu'on a choi-



sis, & qui forment les triangles com me sont A B C, A C D. On aura la disposition des lieux ABCD les uns à l'égard des autres, en connoissant seulement les angles des triangles

que l'on a formez ou établis dans le pays, ſans qu'il ſoit néceſſaire pour cela d'en connoître aucun des côtez. Car ayant obſervé dans chacun de ces triangles, deux angles ſeulement avec le demi-cercle, ou tous les trois ſi l'on veut, on pourra faire une carte exacte de ces lieux ſans connoître leurs diſtances.



Il faudra d'abord tracer une ligne *a b* de quelle grandeur on voudra ſur le papier, laquelle ligne repréſente le côté A B du triangle A B C, & ayant fait au point *b* l'angle *a b c* égal à l'angle A B C obſervé, & au point *a* l'angle *b a c* égal à l'angle ob-

fervé BAC, les deux lignes *bc*, *ac* avec *ab* formeront le triangle *abc* femblable au triangle ABC. Enfuite fur *ac* par le moyen des angles *cad*, *acd* éganx aux angles CAD. ACD, on fera le triangle *acd* femblable aux triangle ACD. Ainfi les points *abc* fur le papier auront la même difpofition entr'eux que les points ABCD fur le terrein. fi l'on peut obferver trois angles dans chaque triangles on fera plus affuré de l'obfervation des deux premiers dont on forme le triangle fur le papier; car ils doivent être tous trois enfemble égaux à 180 degrez.

Mais comme il n'y a point de carte où l'on ne mette une échelle pour pouvoir mefurer la diftance que les lieux ont les uns à l'égard des autres, il faut faire l'opération fuivante pour connoître la longueur de quelpu'un des côtez des triangles que l'on a formez, fur lequel on dreffera l'échelle.

On choifira donc entre deux points tels qu'on voudra entre ceux que

l'on a observez, comme A & B, un lieu qui soit le plus uni que l'on pourra trouver pour y mesurer une ligne droite comme F E, que nous appellons *base-mesurée*. Cette base doit être la plus longue qu'il sera possible, pour en pouvoir conclure plus justement la mesure de la ligne A B que nous cherchons. On doit de plus repéter plusieurs fois la mesure de cette base F E pour être plus assuré de sa longueur. On élevera à ses extrémitez F & E des jallons ou perches assez hautes, & avec quelqu'objet fort visible aux extrémitez pour être vû réciproquement de chacun de ces points, & même s'il est possible des points comme A & B qui en sont les plus proches.

Ensuite on formera en idée les deux triangles F E A, F E B, dans lesquels on peut observer sur la base FE les angles FEA, EFA, & FEB, BFE avec les troisiémes si l'on peut, pour servir de verification. Outre les trois angles que l'on connoîtra dans

chaque triangle A F E, B F E, on sçaura aussi le côté F E qui est commun à ces deux triangles; c'est pourquoi on trouvera par la Trigonometrie les autres côtez F A, E A, & F B, E B.

On considere maintenant le triangle A F B formé par les deux côtez F A, F B, que l'on vient de trouver, & par le côté A B dont on veut connoître la longueur dans lequel outre les deux côtez F A, F B qui y sont connu, on a encore l'angle A F B qu'ils comprennent lequel est la somme dans cette exemple des angles observez E F A, E F B; c'est-pourquoi on pourra trouver par la Trigonometrie, le troisiéme côté A B de ce triangle. On peut encore chercher ce même côté A B par le moyen du triangle A E B, dont on a aussi les deux côtez E A E B, & l'angle A E B qu'ils comprennent. Cette seconde opération peut servir pour trouver plus exactement la longueur de la ligne A B.

On

On diviſera donc la ligne *a b* du plan que l'on a fait en autant de parties que l'on aura trouvé que la ligne A B contient de toiſes, & de ces parties qui repréſenteront des toiſes ſur le plan on formera une échelle de 100 ou de 1000 toiſes plus ou moins, comme on le jugera à propos.

Si l'on avoit fait d'abord cette opération, on auroit pû trouver la meſure des côtez des triangles pour les tracer ſur le papier par la meſure ou par la longueur de leurs côtez, ce qui eſt utile pour trouver la ſuperficie de ces triangles : mais ſi l'on n'a pas beſoin de connoître cette ſuperficie, on aura plûtôt fait de tracer les triangles par la connoiſſance de leurs angles, car il ne faudroit point de calcul de Trigonometrie dans cette opération.

Ayant ainſi trouvé la poſition des principaux lieux d'une grande carte, ou d'un grand plan, & ſi l'on veut avec les diſtances de ces lieux les uns à l'égard des autres, ce que nous ap-

pellons *le châssis* de cette carte, on trouvera la position des autres parties qui sont comprises dans ce chassis, par rapport à la position & à la distance des lieux premierement trouvez comme ABCD, en liant ou joignant toûjours le point que l'on cherche avec les deux autres que l'on a déja trouvez. Par ce moyen l'on pourra faire la carte de tous les lieux qui sont compris dans une grande Seigneurie, ou même dans un grand pays, sur une échelle où les toises seront de quelle grandeur on voudra.

De l'usage de la Planchette.

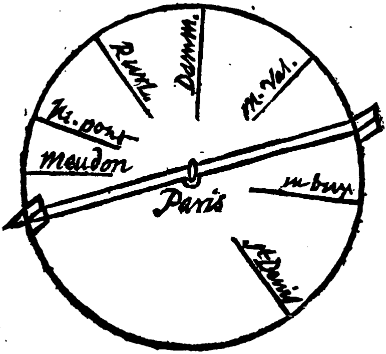
ON se sert de la *Planchette* au lieu du demi-cercle pour observer les angles; mais cet instrument donne la grandéur de l'angle tel qu'on l'a observé, sans qu'on puisse connoître aussi exactement qu'avec le demi-cercle, le nombre des degrez & minutes qu'il camprend. Ces angles ainsi observez peuvent fort bien ser-

vir pour tracer le plan ſur le papier, où il n'eſt pas néceſſaire d'un auſſi grande juſteſſe que pour trouver la ſuperficie du terrein contenue dans ce plan.

La Planchette conſiſte ſeulement en une planche de bois bien unie, ou une lame de leton de figure circulaire, & d'un pied de diametre environ. Au centre de l'inſtrument il y a un petit cylindre élevé à plomb, qui eſt le pivot, autour duquel tourne une regle ou alidade comme aux demi-cercles, ayant à ſes extrêmitez deux pinnules, ou bien une petite lunette au lieu de pinnules. Cette regle doit avoir une ligne droite qui réponde exactement au centre du cylindre qui ſert de pivot. On a pluſieurs cartons de la grandeur de cette planche, qui ſont percez dans le milieu d'un trou égal au cylindre ou pivot de l'inſtrument enſorte que l'on peut enfiler un des cartons dans le pivot; & l'appliquer juſtement ſur la planchette, & y mettre par-deſſus l'alida-

de. Ces cartons ſont arrêtez à la planchette par le moyen d'une petite pointe qui eſt vers le bord de la planchette, & qui entre un peu dans le carton.

Pour obſerver avec cet inſtrument, on poſe la planchette ſur ſon pied par le moyen d'un genoüil comme aux demi-cercles, ou ſur quelque choſe de ſtable, en ſorte qu'elle ne puiſſe pas remuer lorſqu'on fait tourner



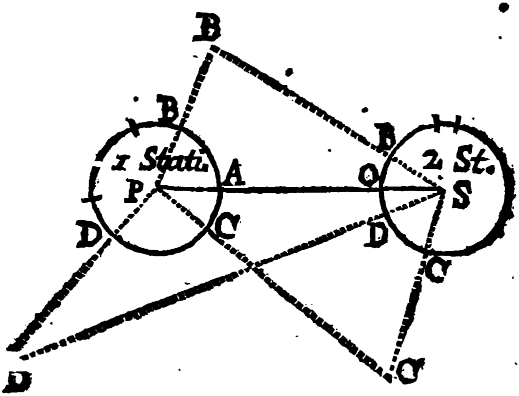
l'alidade. On mire enſuite par les pinnules ou par la lunette à quelque objet éloigné, & la regle demeurant

ferme dans cette poſition on trace ſur le carton vers ſon extremité une ligne au long du côté de la regle qui répond au centre de l'inſtrument, & l'on écrit ſur cette ligne le nom du lieu où l'on a miré. On tourne après la regle vers un autre objet, & ayant tracé une ligne ſur le carton comme on a fait la premiere, on y écrit auſſi le nom du lieu où l'on a miré. Ayant ainſi pointé à tous les lieux que l'on peut découvrir du lieu où l'on eſt, on écrit vers le centre du carton le nom du lieu où l'on a fait l'obſervation. Les lieux où l'on fait des obſervations pour une carte s'appellent *des ſtations*. On a ſur ce carton tous les angles de poſition des lieux où l'on a pointé les pinnules ou la lunette, par rapport au lieu où l'on a fait l'obſervation. Cette méthode d'avoir des angles de poſition n'eſt pas ſujette aux erreurs que l'on peut commettre en comptant les degrez & les minutes du limbe du demi-cercle.

On change autant de cartons que

l'on fait de ſtations differentes où l'on obſerve des angles. Ce carton ſert de Rapporteur, en poſant ſon centre ſur le papier au point qui repréſente le lieu obſervé, & de plus il faut que le point comme A qui eſt ſur le bord du carton où ſe termine la ligne P A, que l'on a tracée lorſque l'alidade étoit pointée vers le lieu de la ſeconde ſtation S, ſoit dans la ligne PS que l'on a tirée à volonté ſur le papier pour repréſenter celle qui va de la premiere ſtation à la ſeconde. Le carton étant ainſi arrêté, on marque vers ſon extremité des points où ſe terminent toutes les lignes qui tendoient aux lieux où l'on pointoit l'alidade; enſuite ayant ôté le carton on trace des lignes occultes comme PB, PC, P D par le point P de la ſtation comme centre, & par les points que l'on a marquez. On a un autre carton ſur lequel ſont les obſervations faites dans la ſeconde ſtation en S, & dont on a déterminé la poſition ſur le papier, & ayant mis le centre du carton

à ce point S & le point O qui eſt ſur ſon bord où ſe termine la ligne S O



laquelle a été tracée ſur ce ſecond carton lorſque l'alidade étoit pointée vers la premiere ſtation en P, on marquera des points vers ſon extrémité, & du centre S on tracera des lignes occultes comme S B, S C, SD prolongées s'il eſt beſoin. Et comme l'on a marqué dans cette figure ſur chaque carton les points BCD à la place du nom des lieux où l'on a pointé l'alidade dans les obſervations le point B ſera la poſition du lieu dont

on a les angles de position A P B, O S B sur chaque carton & par rapport aux deux stations P & S. On aura de même la position des lieux C&D. Ces points BCD étant donnez sur le papier, ils peuvent servir pour d'autres stations qu'on fera aux lieux qu'ils représentent.

On fait par ce moyen des cartes avec une grande facilité & avec beaucoup de justesse.

S'il y avoit sur le bord de la planchette un limbe un peu élevé, qui fût aussi exactement divisé qu'aux demi-cercles, cet instrument marqueroit à même temps la valeur des angles que l'on traceroit sur le carton, & l'on pourroit les écrire entre les lignes des observations. Mais comme les degrez sont écrits de suite sur le limbe, il faudroit rapporter toutes les observations des degrez à la premiere où l'on auroit placé le commencement de la division du demi-cercle; ensorte que si de deux observations on ôtoit la plus petite de la plus

plus grande, on auroit la valeur de l'angle entre les deux obſervations.

Je ne m'étendrai par davantage ſur ce ſujet; car il me ſemble que ceux qui auront un peu de génie pourront facilement ſuppléer pluſieurs choſes que je ne dis pas de peur d'être ennuyeux.

DE LA MESURE DES TERRES
ou des superficies.

C'Est proprement à la mesure des terreins que convient le nom d'arpentage, comme nous avons dit d'abord ; & comme c'est la partie la plus considerable de toute cette science pratique, puisque les erreurs qu'on y peut commettre sont toujours accompagnées d'injustice, il faut prendre toutes les précautions qu'il est possible pour la faire avec autant d'exactitude que la disposition des lieux le peut permettre.

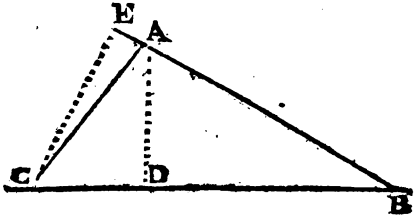
Puisque nous avons proposé deux méthodes pour lever les plans d'une terre, dont la premiere se peut pratiquer sans le secours d'aucun instrument, & la seconde employe des observations d'angles qui sont faites avec un demi-cercle ou avec la planchette, nous donnerons aussi deux ma-

nieres differentes pour mesurer les terreins ou les superficies, dont la premiere ne dépend que de quelques opérations faites sur le terrein sans aucune connoissance des angles, & la seconde se sert du calcul de la Trigonometrie avec la connoissance de quelques angles. On ne peut pas se servir toujours de la premiere dans toute sorte de rencontres; mais il n'y en a point où l'on ne puisse employer la seconde.

La plus simple de toutes les figures irregulieres qu'on puisse mesurer, c'est le triangle; c'est pourquoi sans nous arrêter aux figures regulieres comme le cercle, le quarré, &c. dont nous dirons quelque chose vers la fin, nous commencerons par la mesure du triangle, puisqu'aussi-bien de la mesure du triangle dépend celle de toutes les figures que l'on peut toujours réduire à des triangles, comme nous avons montré dans la maniere de lever les plans.

On connoît la superficie d'un trian-

gle comme A B C, si l'on multiplie le nombre des toises ou pieds de l'un



de ses côtez comme C B, par la moitié de la ligne A D, qui est une perpendiculaire menée du sommet A de l'angle opposé au côté CB, sur ce même côté C B. Ce côté C B s'appelle *Base* du triangle à l'égard de sa perpendiculaire A D. De même le côté A B seroit une base à l'égard de sa perpendiculaire C E, quoique cette perpendiculaire C E tombe sur le côté A B prolongé au-delà du triangle. Il n'importe pas de quelle base on se serve pour mesurer un triangle, puisque l'on doit toujours trouver la même mesure par les trois bases differentes qu'on peut prendre dans un

triangle ; comme le produit de la base C B par la moitié de sa perpendiculaire A D doit être égal au produit de la base A B par la moitié de sa perpendiculaire C E ; & il doit être aussi égal au produit de la base A C par la moitié de sa perpendiculaire. Je multiplie toute la base par la moitié de la perpendiculaire pour avoir la superficie du triangle ; mais on peut aussi avoir cette même superficie en multipliant toute la perpendiculaire par la moitié de sa base : c'est pourquoi on peut faire la multiplication indifferemment par ces deux manieres.

EXEMPLE.

Si le côté C B du triangle C A B contient 438 pieds, & que sa perpendiculaire A D soit de 166 pieds ; ayant pris la moitié de 166, qui est 83 pieds, & ayant multiplié 438 par 83, on aura pour la superficie du triangle 36354 pieds en superficie. On trouvera aussi le même produit si l'on multiplie la

moitié de 438, qui eſt 219 par 166.

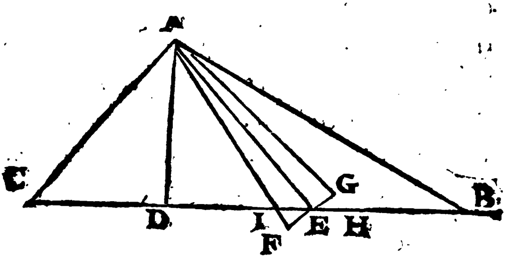
Si je trouve par la meſure que le côté AB de ce même triangle ſoit en longueur 312 pieds,& que ſa perpendiculaire ait 233 pieds, il me ſera plus commode de multiplier la moitié de 312 par 233, que tous les 312 par la moitié de 233, à cauſe que la moitié de 233 ſeroit 116 pieds $\frac{1}{2}$ ou 6 pouces,& que pour faire la multiplication il faudroit réduire les pieds des deux nombres en pouces, & le produit le réduire enſuite en pieds de ſuperficie, ce qu'il ne faudroit pas faire en ſe ſervant de la moitié de 312 qui ſeroit le nombre entier 156. Ayant donc multiplié 233 par 156, le produit eſt 36348 pieds de ſuperficie, qui eſt plus petit de 6 pieds que le premier produit. Cette différence doit venir de quelque partie de pouce, dont l'une des deux premieres meſures eſt trop grande, ou dont l'une des deux dernieres eſt trop petite: mais 6 pieds de ſuperficie de terre ne ſont pas conſidérables même ſur un arpent. On

ne ſçauroit éviter ces ſortes d'erreurs, car il n'eſt pas poſſible de meſurer à un pouce près les côtez des terres qui ſont bornées pour l'ordinaire par des chemins fort irréguliers, par des ruiſſeaux, par des hayes, & autres choſe ſemblables. Si l'on fait deux opérations pour la meſure d'un triangle, on peut partager en deux la différence qu'on a trouvée, comme ici il faudra ajouter 3 pieds au plus petit des deux produits, ce qui ſera pour la ſuperficie du triangle 36351 pieds en ſuperficie.

Dans le Traité précédent pour lever les Plans nous avons enſeigné de quelle maniere on peut diviſer une terre en triangles, & connoître les côtez de ces triangles : il ne nous reſte donc qu'a trouver une perpendiculaire menée ſur le côté d'un triangle du ſommet de l'angle qui lui eſt oppoſé, & c'eſt cette perpendiculaire que l'on peut connoître ou ſans calcul ou avec le calcul de la Trigonometrie, ce qui fait deux méthodes

différentes pour la mesure des terreins.

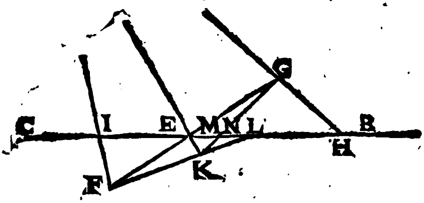
Si le terrein est débarrassé de telle



maniere, que l'on puisse y tracer des lignes comme on voudra. Dans le triangle ABC ayant choisi le côtez BC pour base, sur laquelle on veut mener la perpendiculaire AD de l'angle opposé A, on mesurera exactement la longueur du côté A C qui est le plus petit des deux A C, A B qui restent. Ayant ensuite marqué le point H sur la ligne C B, ensorte que l'on juge à peu près que la distance du point H au point A est égale à la longueur C A, ce que l'on peut faire en comptant par les pas, on tracera la ligne droite A H sur le terrein, comme

nous avons enseigné, & l'on y marquera la longueur AG égale à AC. Si le point G tombe au dedans du triangle, la ligne AH sera plus grande que A G ; c'est pourquoi il faudra prendre sur la même ligne C B un autre point I plus proche de C que n'étoit le point H, & que la distance A I soit un peu plus grande que H G ; ayant ensuite tracé la ligne A I, on marquera sur cette ligne A I prolongée autant qu'il le faudra, la grandeur A F, égale à AC. Si le point F tomboit sur le point I, nous aurions fait ce que nous souhaittons à présent : mais s'il est un peu au-dessus ou au-dessous on menera une ligne par les points G & F, & on la prolongera, s'il est nécessaire, jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne CB au point E. Je dis que la ligne AE sera à très peu près égale à la ligne AC; & pour s'en assurer, on la mesurera, & si on la trouvoit trop petite ou trop grande, on marquera la grandeur juste de A C comme en K, & l'on tirera par les points F & K la ligne

F K qui coupera la ligne C B en L ;



& l'on menera auſſi la ligne GK qui coupera la même ligne CB en M. Ayant partagé M L en deux également en N, le point N peut être pris aſſurément pour celui que l'on cherche, duquel la ligne N A menée au point A eſt égale à A C.

Si le point G ſur A H que l'on a mené d'abord tomboit hors le triangle, il faudroit prendre le point I vers B, & non pas vers C comme nous avons fait ; le reſte de l'opération ſera toujours bon, ſoit que les points F, K tombent dedans au dehors le triangle.

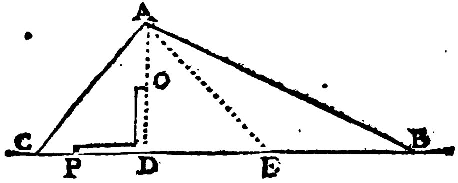
Toute cette opération a été faite ſeulement pour trouver une ligne

comme AN ou AE égale à AC. Soit donc A E égale à A C ; ayant partagé CE en deux également en D, la ligne A D sera perpendiculaire à la ligne C B, laquelle perpendiculaire nous devions trouver. Ayant mesuré cette perpendiculaire A D & sa base C B ; nous trouverons la superficie du triangle comme nous avons enseigné.

Si l'on cherchoit une perpendiculaire qui tombât hors du Triangle sur la base prolongée, on fera la même opération que nous venons de faire en remarquant seulement que la perpendiculaire est la plus courte de toutes les lignes qui puissent tomber d'un point sur une ligne proposée, & que les lignes qui sont les plus proches de cette perpendiculaire sont plus petites, que celles qui en sont plus éloignées, venant toutes d'un même point, & étant terminées à la même ligne droite. Je donne cet avertissement pour faire connoître de quel côté du point H on doit prendre le

point I, ſelon que le point G tombe au-deſſus ou au-deſſous de la baſe.

Cette pratique pour trouver la perpendiculaire dans les triangles eſt commode en ce qu'elle n'a point beſoin d'aucun inſtrument pour obſerver des angles, & qu'elle eſt très juſte. Mais comme dans de fort grands triangles il ſeroit difficile de juger où l'on doit prendre d'abord le point H, on pourra ſe ſervir de la pratique ſuivante.



Ayant meſuré les trois côtez du triangle A B C, on déterminera lequel des trois on veut prendre pour en faire la baſe ſur laquelle doit tomber la perpendiculaire; Je ſuppoſe d'abord que ce ſoit le plus grand côté B C. On multipliera la ſomme des

deux côtez AC, AB, qui comprennent l'angle d'où la perpendiculaire doit être menée, par la différence des mêmes côtez ; & le produit de cette multiplication étant divisé par la valeur de la base BC, on aura un quotient BE, qu'il faudra ôter de BC, le reste de BC étant divisé en deux également, on en mettra la moitié en CD sur CB du côté du petit côté AC la ligne AD sera la perpendiculaire menée du point A sur BC, laquelle AD il faudra mesurer.

Si le côté que l'on prendra pour base n'est pas le plus grand, le quotient qui viendra de la division pourroit être plus grand que la base qui sert de diviseur, auquel cas la perpendiculaire sur la base tombera hors le triangle ; mais ayant pris la moitié de la différence qui est entre le quotient & le diviseur, on la portera sur la base prolongée, ce qui y donnera le point où la perpendiculaire doit tomber.

Je préfererois toujours cette méthode à la précédente lorsqu'on pour-

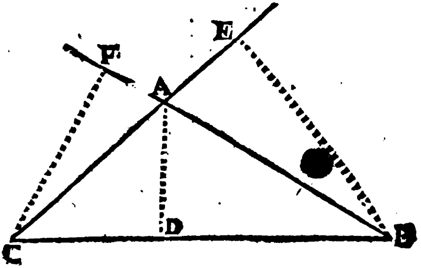
ra mesurer commodément les côtez du triangle.

Dans la méthode précédente nous ne nous sommes servis que des côtez du triangle sans y employer les angles, dans celle-ci il faut au moins en connoître un avec les deux côtez du triangle qui enferment cet angle connu.

L'un des côtez connus qui est autour de l'angle connu doit servir d'hypotenuse à un triangle rectangle qu'il faut former pour trouver la perpendiculaire que l'on cherche & l'angle connu s'il est aigu, ou bien son supplément à deux droits s'il est obtus doit être un des angles aigus de ce tirangle rectangle.

Si l'on a donc dans le triangle ABC, l'angle aigu ABC avec les deux côtez A B, B C qui enferment cet angle, du sommet de l'un des deux autres angles comme de A, il faut imaginer la perpendiculaire A D; qui tombe sur le côté connu B C & opposé à cet angle A, laquelle formera le triangle

rectangle ABD dans lequel on con-



noît l'hypothenuse A B avec l'angle aigu ABD outre l'angle droit ADB; on connoîtra donc par la Trigonométrie la valeur de cette perpendiculaire A D, & par conséquent le produit de la moitié de cette perpendiculaire A D par sa base BC, ou bien le produit de la moitié de la base BC par toute la perpendiculaire sera la superficie du triangle. Si l'on avoit mené la perpendiculaire CF sur la base BA, on auroit formé le triangle rectangle BCF, dont on auroit connu l'hypothenuse BC & l'angle aigu CBF; c'est pourquoi par la Trigonométrie on auroit eu la perpendiculaire CF sur la BaseAB connuë, & on

auroit aussi trouvé par ce moyen la superficie du triangle.

Enfin si l'on avoit donné l'angle obtus C A B avec les deux côtez qui l'enferment AC, AB, on auroit formé l'un d[es] deux triangles A B E, ACF, dans chacun desquels on auroit connu l'hypothenuse AB ou AC, & l'angle aigu B A E ou C A F son égal, qui sont chacun le supplément à deux droits ou à 180 deg. de l'angle obtus C A B; c'est pourquoi on auroit trouvé les perpendiculaires B E ou C F sur les base AC, A B, & par conséquent on auroit eu la valeur du triangle proposé A B C.

Si dans le triangle proposé ABC on ne donnoit pas un angle avec les deux côtez qui l'enferment, il faudroit toujours y connoître trois parties, par le moyen desquelles on viendroit à la connoissance de celles dont on a besoin; en se servant du calcul de la Trigonometrie.

Ayant donc mesuré séparément tous les triangles qui composent la superficie

ſuperficie d'un terrein propoſé, la ſomme de tous ces triangles ſera celle de la ſuperficie propoſée.

Si la figure propoſée étoit quarrée, il ſuffiroit d'en meſurer un côté, car le produit de ce côté par lui-même feroit la meſure de la ſuperficie du quarré.

Si la figure étoit un quarré long qui a les côtez inégaux & les angles droits, il faudroit multiplier ces deux côtez inégaux l'un par l'autre pour avoir la ſuperficie de cette figure.

Si l'on vouloit ſçavoir la ſuperficie d'un cercle, il faudroit d'abord connoître la grandeur de ſon diametre ; & enſuite faire une regle de trois, dont les deux premiers termes ſeroient toujours 7 & 22, le troiſiéme terme feroit le diametre du cercle propoſé, & le quatriéme terme que l'on trouveroit par la regle feroit la circonférence du cercle qui eſt propoſé. Maintenant, la quatriéme partie de cette circonférence étant multipliée par le diametre du cercle, ou

bien la quatriéme partie du diametre étant multiplié par toute la circonférence, donneroit la superficie du cercle.

On pourroit aussi trouver cette superficie par une seule regle de trois, sans se mettre en peine de la circonférence du cercle, en mettant toujours pour les deux premiers termes de la regle de trois 14 & 11; & pour le troisiéme terme le quarré du diametre donné le quotient sera la superficie du cercle que l'on cherche.

exemple.

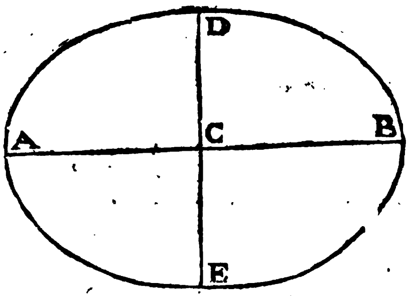
Le diametre d'un cercle étant donné de 133 pieds, on en prendra le quarré qui sera 17689, lequel sera le troisiéme terme de la regle de trois que l'on disposera en cette sorte,

14 11 17689

Et l'on trouvera le quatriéme terme 3898 $\frac{1}{2}$ qui seront les pieds de superficie contenus dans le cercle dont on a donné le diametre.

S'il falloit mesurer une ovale geo-

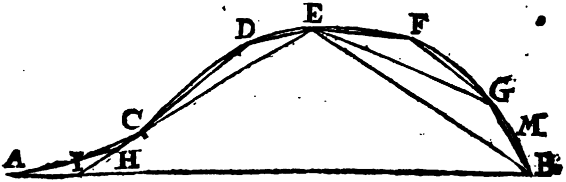
metrique ou *Ellipse*, telle qu'est celle que l'on appelle l'*Ovale du Jardinier*, qui est formée par le moyen d'un cordeau plié & attaché en deux points par ses extrémitez, il faudroit mesurer ses deux diametres qui s'entre-



coupent à angles droits comme sont ici AB & DE, & ayant multiplié ces deux diametres l'un par l'autre, il faudra tirer la racine quarrée du produit si l'on suppose que cette racine quarrée soit le diametre d'un cercle, la superficie de ce cercle sera égale à la superficie de l'ovale proprosée.

Dans les figures courbes irrégulieres il faudra y former tant de triangles que le reste ne soit pas une par-

tie considérable, comme on voit dans cette figure A C D E F G B qui est à très peu près égale à la somme



des triangles I E B, A I H, C D E, E G B, E F G, G M B.

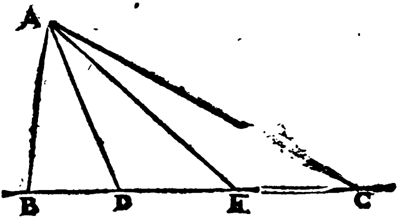
DE LA DIVISION
ou séparations des terres.

LA division des terreins est appellée *Geodesie*, qui est un nom tiré du Grec. Cette science est fort utile à un Apenteur pour faire la division d'une terre qui contient des terres labourables, des prez, & des bois. Il ne seroit pas difficile de faire cette division, après avoir arpenté ou mesuré toute la terre, si l'on souhaitoit seulement de connoître combien d'arpens, par exemple, doivent avoir chacun de ceux qui ont droit dans le partage; mais il se trouve d'assez grandes difficultez dans les sujetions qui se rencontrent dans ces partages, comme s'il y avoit un puis en quelque endroit de la terre, & qu'il fallût que ce puis fut commun à chacun des lots, afin que pour en avoir l'usage, on pût y aller sans sortir de son héritage; il faudroit en ce cas que toutes les di-

visions passassent par ce puis. Ces sortes de sujetions s'appellent *Servitudes*, lorsque dans un partage une des portions doit souffrir que les autres jouissent en commun de ce qui lui devroit être particulier étant enfermé dans son lot. Il y a des rencontres où il est impossible d'éviter ces sortes de servitudes ; mais aussi il y en a d'autres qui arrivent, ou par la négligence ou par l'ignorance de ceux qui font les partages.

De la Division du Triangle.

1°. Il sera toujours très-facile de diviser une piece de terre qui est d'une figure triangulaire, comme ABC, en autant de parties égales que l'on



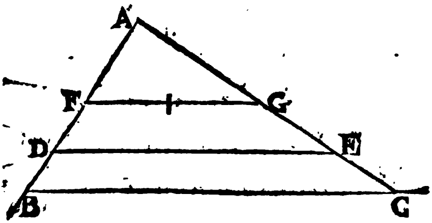
voudra, avec des lignes droites qui partent de l'un des angles.

Par exemple, il faut diviſer le triangle ABC en trois parties égales par les deux lignes AD, AE qui partent du point A, qui eſt un des angles du triangle.

Ayant diviſé le côté BC oppoſé à l'angle A où doivent aboutir toutes les diviſions, en trois parties égales aux points D & E ; il faudra mener les lignes AD, AE qui partageront le triangle propoſé en trois autres triangles qui ſeront égaux en ſuperficie. Cette opération ſera facile à faire ayant meſuré la ligne BC ; car il n'y aura qu'à diviſer par trois le nombre des toiſes & pieds que contient cette longueur BC, & le quotient donnera la longueur de chaque portion BD, DE, EC qui doivent être égales, quoique le triangle ſoit fort irrégulier.

2°. Mais s'il falloit diviſer ce même triangle ABC en trois parties égales par des lignes paralleles à l'un des côtez comme BC, on doit opérer en cette ſorte. Premierement ayant me-

furé l'un des autres côtez, comme AB, lequel je suppose que l'on ait trou-



vé de 155 toises, on multipliera cette longueur par elle-même pour en faire un quarré, qui contiendra 24025 toises en superficie, on doit prendre le tiers de ce nombre quarré, à cause qu'il faut diviser le triangle en trois parties égales, & ce tiers sera 8008. toises $\frac{1}{3}$, dont il faut prendre la racine quarrée qui est 89 toises 2 pieds 11 pouces $\frac{245}{1703}$, & sur le côté AB que l'on a mesuré on prendra AF égale à cette racine quarrée, & l'on menera FG parallele à BC; le triangle AFG sera le tiers de tout le triangle ABC.

Semblablement ayant pris les deux tiers

tiers du nombre quarré 24025, qui font 16016 toises $\frac{2}{3}$, duquel ayant tiré la racine quarrée, que l'on trouvera de 126 toises 3 pieds 4 pouces $\frac{152}{1516}$. on portera la longueur de cette racine sur le côté A B que l'on a mesuré, depuis A jusqu'en D; & par le point D on tirera la ligne D E parallele à BC & le triangle ADE sera égal aux deux tiers de tout le triangle ABC; la figure quadrilatere DBCE sera donc égale aux tiers du même triangle ABC; & le quadrilatere FDEG sera aussi égal à un tiers du même triangle. Ainsi tout le triangle proposé a été divisé en trois parties égales entr'elles par des lignes paralleles au côté E C.

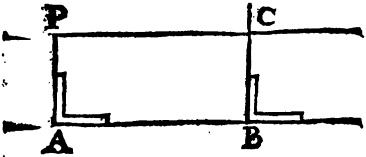
S'il faut diviser le triangle en quatre, cinq, ou quel autre nombre on voudra de parties, on doit prendre les mêmes parties du quarré du côté AB que l'on a mesuré, & en tirer les racines quarrées pour les transporter sur le même côté, comme dans l'éxemple précédent; par éxemple s'il falloit diviser le triangle en cinq

parties, il faudroit prendre d'abord la cinquiéme partie du quarré de AB, & en extraire ou tirer la racine, ensuite les deux cinquiémes, & en tirer la racine, puis les trois cinquiémes, & en tirer, la racine, & enfin les quatres cinquiémes, pour en avoir aussi la racine, & appliquer toutes ces racines sur AB depuis le point A, lesquelles donneroient différens points comme F, D de l'exemple précédent, par lesquels points on tireroit des paralleles au côté AB qui diviseroient le triangle en cinq parties égales.

Pour mener sur le terrein une ligne droite parallele à une ligne donnée, la pratique est semblable à celle que l'on a donnée dans les pratiques de Géometrie, voici comme elle se doit faire.

Si l'on veut mener sur la terre une ligne droite parallele à une ligne droite qui est tracée comme AB, laquelle parallele doit passer par un point marqué P sur le terrein, il faut

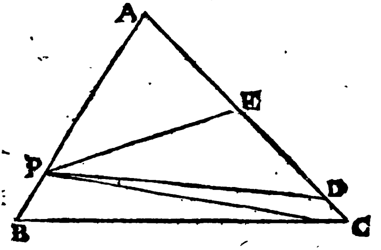
d'abord abaisser du point P une ligne perpendiculaire P A sur la ligne B A



comme nous avons fait dans la mesure des terres. Ensuite par quelque point B pris à volonté sur la ligne A B on élevera une perpendiculaire B C à la même ligne AB en se servant de l'équerre, dont l'une des branches est appliquée au long de la ligne AB, & l'autre marque la ligne perpendiculaire que l'on prolonge vers C en bornoyant. On marque sur cette perpendiculaire B C la grandeur AP depuis B jusqu'en C, & par les points P & C on mene la ligne P C qui est parallele à A B.

3°. S'il faut diviser le triangle ABC en trois parties egales par des lignes droites, qui partent d'un point comme P posé sur l'un des côtez du triangle, comme AB; on doit premiere-

ment mesurer la superficie du triangle A B C par les regles que nous avons données ci-devant. Ensuite du



point P ayant mené à l'angle opposé C la ligne droite P C, on mesurera séparément la grandeur du triangle P C B. Posons que tout le triangle A BC ait en superficie 3624 toises, & que le triangle PCB ait 1034 toises en superficie. Le tiers de tout le triangle ABC sera de 1208 toises en superficie; & par conséquent la superficie du triangle PCB sera moindre que le tiers du triangle total de la quantité de 174 toises : c'est pourquoi il faut retrancher du triangle PAC; un triangle PDC qui contienne 174 toises en superficie, & le

quadrilatere P D C B sera le tiers de tout le triangle A B C.

Pour former le triangle PCD, il faut ôter du triangle total A B C le triangle PCB, & le reste qui est le triangle PAC, contiendra en superficie 2590 toises. Ayant mesuré le côté AC que je suppose qu'on ait trouvé de 108 toises de longueur, on fera la regle de trois, dont les termes seront disposez comme il suit.

Comme 2590 toises, superficie du triangle P A C.

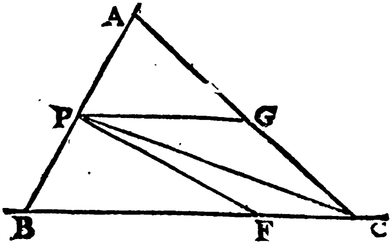
Sont à 174 toises superficie du triangle P C D que l'on cherche.

Ainsi 108 toises pour la longueur A C.

Seront à 7 toises 1 pied 6 pouces pour la longueur de la base CD du triangle PCD, qui doit contenir 174 toises en superficie.

Il ne reste donc plus que le triangle PAD qui contient les deux tiers de tout le triangle ABC & qu'il faut diviser par conséquent en deux parties égales par la ligne PE qui doit

partir du sommet P de ce triangle. Cette seconde opération se doit faire par la premiere pratique de la division des triangles, en divisant en deux également au point E, la base AD qui contient 100 toises 4 pieds 6 pouces, puisqu'elle est la différence entre 108 toises, & 7 toises 1 pied 6 pouces. Sa moitié AE ou DE sera donc de 50 toises 2 pieds 3 pouces; c'est pourquoi on mesurera sur la ligne A C la longueur A E de 50 toises 2 pieds 3 pouces, & l'on tirera la ligne P E qui achevera la division de tout le triangle ABC, en trois parties égales entr'elles.



Mais si le triangle P C B étoit plus grand que le tiers du triangle

total A B C, par exemple, s'il contenoit 1425 toiſes en ſuperficie, ce qui ſurpaſſeroit le tiers du total de la quantité de 217 toiſes, il faudroit retrancher du triangle PBC un triangle P C F qui contient 217 toiſes en ſuperficie, afin qu'il ne reſtât que le triangle P B F qui contint en ſuperficie 1208, qui eſt le tiers du triangle total.

Pour trouver le côté C F du triangle P C F on ſe ſervira de la même methode dont on s'eſt ſervi dans la précédente opération, en poſant les termes de la regle de trois comme il ſuit.

Comme toute la ſuperficie du triangle PBC qui eſt de 1425 toiſes, eſt à la ſuperficie du triangle à ôter P C F qui contient 217 toiſes en ſuperficie.

Ainſi le côté BC que nous ſuppoſons avoir été trouvé par la meſure, long de 137 toiſes,

Eſt à 20 toiſes 7 pieds 2 pouces.

Ce quatrieme terme ſera la lon-

gueur de la base C F du triangle P C F qui contiendra 217 toises en superficie; & par conséquent le triangle restant P B F sera de 1208 toises qui est le tiers de tout le triangle A B C proposé à diviser.

Maintenant comme le triangle P C F contient seulement 217 toises de superficie, il faudra retrancher du triangle P C A un triangle comme P C F qui contienne en superficie le surplus des 217 toises jusqu'au tiers de tout le triangle ABC, c'est-à-dire jusqu'à 1208 toises & ce surplus sera donc 991 toises pour la superficie du triangle P C G. Mais tout le triangle PCA contient en superficie 2199 toises, qui est la différence entre la superficie de tout le triangle ABC, à sçavoir 3624 toises, & celle du triangle P B C qui est de 1425 toises.

Si l'on fait donc une regle de trois dont le premier terme soit 2199 toises qui est la superficie du triangle A P C.

Le second terme soit 991 toises;

qui eſt la ſuperficie du triangle PCG.

Et le troiſiéme terme la grandeur du côté AC que je ſuppoſe avoir été trouvée par la meſure qu'on en a faite, de 108 toiſes.

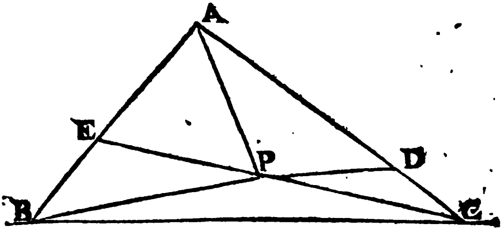
On trouvera le quatriéme terme de 48 toiſes 4 pieds 0 pouces $\frac{720}{2199}$, qui eſt la grandeur de la baſe CG du triangle PCG, dont la ſuperficie ſera de 991 toiſes, qui avec la ſuperficie 217 toiſes du triangle PCF fait 1208 toiſes pour la ſuperficie de la figure de quatre côtez PFCG qui contient le tiers de la ſuperficie du triangle propoſé. Ainſi le triangle reſtant PGA contiendra auſſi un tiers de ce même triangle, & tout le triangle aura été diviſé en trois parties égales entr'elles par les lignes PF, PG qui partent du point P.

Ces éxemples doivent être ſuffiſans pour toutes ſortes de diviſions de triangles; lorſque le point par où doivent paſſer les lignes droites qui font les diviſions, ſont ſur l'un de ſes côtez.

4°. Si le point P, par où doivent passer toutes les divisions, est au dedans du triangle A B C, il faudra mener d'abord la ligne P A à l'un des angles comme A si l'on veut, ou à quelqu'autre point qu'on aura marqué sur l'un des côtez, suivant que l'utilité ou la plus grande commodité de la division le demandera. Ensuite ayant mené la ligne P C à quelque angle comme C du triangle A B C, on mesurera la superficie du triangle A P C, & si ce triangle A P C est plus petit ou plus grand que la partie qu'on veut avoir du triangle total, on lui ajoutera ou bien on en ôtera un autre triangle afin d'avoir une figure de terre égale à la partie proposée.

Par exemple, posons que tout le triangle A B C soit comme auparavant de 3624 toises de superficie, & que le triangle A P C soit de 1532 toises. Si l'on doit partager le triangle A B C en trois parties égales, chaque tiers doit avoir 1208 toises

de superficie : mais le triangle A P C ayant 1532 toises, il est évident qu'il



est plus grand que le tiers du triangle total ABC de 324 toises ; c'est pourquoi il en faudra ôter le petit triangle P C D qui ait en superficie 324 toises, ce qui est facile à faire en se servant de la methode précedente par une regle de trois, dont le premier terme soit la superficie du triangle A B C 1532 toises,

Le second, celle du triangle PDC 324 toises.

Le troisiéme sera le côté AC que nous supposons être connu, de 108 toises, & l'on trouvera le quatriéme terme de 22 toises 5 pieds, qui sera la base C D du triangle PCD, qui doit contenir en superficie 324 toises, &

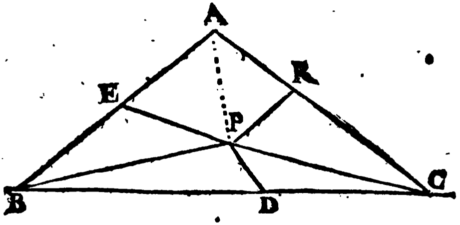
le triangle restant APD en contiendra par conséquent 1268 qui est le tiers du triangle total.

Pour achever la division, on menera la ligne PB au dernier angle B, & si la valeur du triangle PBC n'étoit que de 655 toises de superficie, laquelle étant jointe à celle du triangle PCD de 324 toises fait 979 toises qui ne valent pas le tiers du triangle total ABC car il s'en manque 229 toises comme il est facile à voir. Il faudra donc retrancher encore du triangle restant PBA, le petit triangle PBE, qui devra contenir en superficie 229 toises, ce qui se fera comme dans les précédentes opérations par le moyen d'une regle de trois, dont le premier terme doit être le triangle PBA qui contient en superficie 1437 toises suivant la valeur que nous avons donné à chacun des deux autres triangles PAC, PCB.

Le second terme de cette regle doit être la superficie du triangle PBE 229 toises.

Et le troisiéme terme sera la ligne ou le côté A B que nous supposons avoir été trouvé par la mesure de 88 toises de longueur.

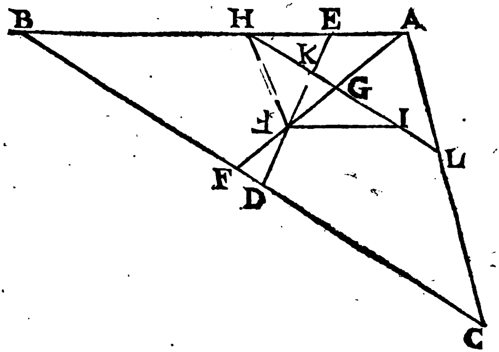
Nous aurons donc pour le quatriéme terme de la regle 14 toises 1 pouce $\frac{1}{3}$, ce qui sera la longueur de la base BE du triangle PBE; & par conséquent le triangle restant PAE sera de 1208 toises, qui est aussi le tiers du triangle total.



Si l'on ne vouloit pas commencer la division par une ligne comme P A qui allât du point P à l'un des angles comme A, on pourra mener cette premiere ligne comme P R à quel point R on voudra des côtez, & commencer la division par cette ligne P R. Car ayant mené la ligne P C à

l'un des angles comme C, on cherchera la ſuperficie du triangle P R C & ſi cette ſuperficie eſt plus petite que le tiers de tout le triangle A B C, (car je ſuppoſe toûjours qu'il faut diviſer le triangle en trois parties egales,) on cherchera comme dans les exemples précédens, la baſe G D du triangle CPD, dont la ſuperficie ne doit faire avec celle du triangle P C R, que le tiers du triangle total; & ſi par hazard tout le triangle PBC, dont on doit ſe ſervir pour trouver le triangle P C D, étant joint avec le triangle P C R, n'étoit pas encore égal au tiers du triangle total, il faudroit retrancher de l'autre triangle PBA un triangle PBE, qui avec les deux autres P B C, P C R ne contint que le tiers du total. Il ſeroit facile de connoître la ſuperficie de ce triangle P B F, puiſqu'elle doit être la difference entre le tiers du triangle total, & la ſomme des deux triangles P B C, P C R. Mais ſi le triangle P C R, étoit plus grand que le tiers

du triangle total, on retranchera de ce triangle P C R, un triangle qui soit égal à l'excès par la méthode précedente, ayant mesuré la base R C. On trouvera le reste des divisions comme on a fait dans les autres cas, ce qui ne mérite pas d'être expliqué plus au long.



Il faudroit ajouter ici la maniere de diviser les triangles par des lignes droites qui passassent par un point donné hors des triangles; mais comme il n'y a pas de telles sujetions dans la pratique de l'arpentage, il me semble qu'il seroit assez inutile de s'éten-

dre fort au long ſur ce ſujet, il ſuffit ſeulement d'avertir que la pratique de ce cas eſt compriſe dans l'opération ſuivante, ce que nous ferons remarquer à la fin.

S'il falloit diviſer un triangle ABC en deux parties égales, comme BED, AEDC, avec une ſeule ligne droite, EPD qui paſſât par un point P donné au dedans du triangle. Ayant mené de l'un des angles comme A une ligne droite APF par le point P, on meſurera par les méthodes enſeignées ci-devant les 2 triangles BAF, CAF, qui contiennent enſemble tout le triangle propoſé ABC; & ſi le triangle ABF eſt plus grand que l'autre, il ſera auſſi plus grand que la moitié de tout le triangle ABC d'une quantité égale à la moitié de la différence entre les deux triangles ABF, ACF. Ayant pris ſur AF la partie PG égale à PF, par le point G dans le plus grand triangle on menera la ligne CH parallele à BC, & par le point P on tirera la ligne PI parallele

parallele à AB, rencontrant au point I la ligne GH prolongé s'il est nécessaire.

Si nous supposons que toute la superficie du triangle ABC soit de 3036 toises, & que le triangle ABF soit de 1825 toises, il est évident que le triangle AFC sera de 1211, donc la superficie du triangle ABF surpasse celle de la moitié du triangle total ABC, de 307 toises; c'est pourquoi il faudra que la ligne DPE retranche du triangle ABF un triangle APE, qui soit plus grand que le triangle PDF, qu'elle lui ajoute, d'une superficie égale à 307 toises, & cette superficie doit être le quadrilatere AGKE; car par la construction, les deux triangles PGK, PFD sont égaux, à cause qu'ils sont semblables, & qu'ils ont un côté PG égal à un côté PF. Toute l'opération doit donc se réduire à mener du point B la ligne PKE qui retranche du triangle HGA un quadrilatere AGKE égal à la superficie donnée 307 toises; ou bien au tri-

angle H K E égal au triangle H G A moins 307 toises ½ & si le triangle AGH est supposé de 525 toises, le triangle H E K qu'il faut retrancher sera de 218 toises.

Sur le côté G H ayant mené une perpendiculaire du point P laquelle ayant été mesurée se trouve des 10 toises, on divisera les 218 toises par la moitié de 10 toises qui sont 5 toises, & l'on trouvera le quotient de 43 toises 3 pieds 7 pouces $\frac{1}{5}$.

Mais ayant mesuré la ligne HI que je suppose de 125 toises, on multipliera 135 toises 5 pieds 5 pouces, qui est la somme de 125 toises, & du quart de 43 toises 3 pieds 7 pouces $\frac{1}{5}$ à très peu près par les mêmes 43 toises 3 pieds 7 pouces en négligeant le cinquiéme, ce qui produira 5924 toises 35 pieds 59 pouces, ou bien 30715115 pouces, & tirant la racine quarrée de ce produit, on aura 5542 pouces, ou bien 76 toises 5 pieds 10 pouces, dont il faut ôter la moitié des 43 toises 3 pied 7 pouces

ci-devant trouvés, & il restera 55 toises 1 pied 1 pouce, que l'on mesurera sur HG en HK depuis le point H. Enfin la ligne droite DPKE qui passera par les deux points P & K divisera le triangle proposé en deux parties égales entre elles.

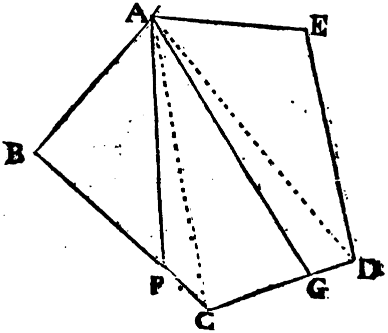
Conséquence.

Il est facile à voir que cette même méthode sert à diviser un triangle, par exemple en deux parties égales avec une ligne droite menée par un point donné hors le triangle; car il n'y aura qu'à se servir de la même opération en supposant dans la figure précedente que le triangle donné est AHL, & P le point donné dehors, il faudra trouver le point K par où l'on doit mener la ligne PKE qui retranche du triangle total AHL le triangle EHK égal à la moitié de tout le triangle, ou à quelle autre partie on voudra, dont on connoîtra la superficie si celle du triangle total AHL est donnée.

Voici ce que l'on peut dire sur la division des triangles par des points donnez, de sujetion, il faut voir maintenant comment on doit appliquer ces mêmes regles aux figures rectilignes de plus de trois côtez.

Division des figures de cinq côtez.

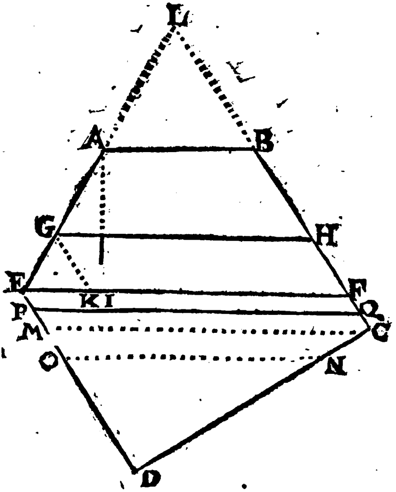
1°. SI la figure rectiligne ABCDE comprise de cinq côtez doit être divisée en trois parties égales entre elles par des lignes droites menées de l'un des angles comme A.



Il faut premierement mener de cet angle A une ligne droite à l'un des au-

tres angles comme C, ensorte que cette ligne AC fasse le triangle ABC avec deux des côtez de la figure. Ensuite ayant mesuré la superficie de ce triangle ABC on la trouvera ou égale, on plus grande, ou plus petite que le tiers de la figure totale. Si elle est égale, nous aurons déja une des divisions faite par la ligne A C. Mais si elle est plus grande comme dans cet exemple on en retranchera un triangle ACF, qui sera égal à la différence du tiers de toute la figure & du triangle ABC, ce qui se fera par la regle que nous avons donnée dans le troisiéme article de la division des triangles. enfin si le triangle ABC est plus petit que le tiers de toute la figure, en ayant trouvé la différence, il la faudra retrancher du triangle ACD par un triangle formé par la ligne AC, & par une autre ligne menée du point A avec une partie du côté CD, en sorte que ce triangle retranché puisse être joint au triangle ABC, ce qui se fera aussi par la même regle que nous venons de citer.

On divisera par la même méthode le reste de la figure en deux parties égales par la ligne droite A G, qui retranchera du triangle A C D le triangle A C G, qui étant joint au triangle AFC fait le tiers de toute la figure. Ainsi la figure de cinq côtez sera divisée en trois parties égales.



On se servira de la même méthode pour tout autre nombre de divisions.

2°. Soit la figure ABCDE de cinq côtez, laquelle il faut diviser en trois parties égales entr'elles, par des lignes paralleles au côté A B.

Ayant mené la ligne E F parallele à AB par l'angle E le plus proches de AB, on mesurera par les pratiques précédente, la superficie du quadrilatere A B E F, que je suppose être de 235 toises, & celle de toute la figure proposée de 504 toises; dont le tiers sera de 168 toises, d'où l'on voit que le quadrilatere ABEF est plus grand que le tiers de toute la figure de 67 toises, & par conséquent que la ligne comme GH, qui doit retrancher un quadrilatere ABGH egal au tiers de la figure proposée, doit être plus proche de AB que n'est EF. Mais pour trouver sur le côté A E le point G par lequel on doit mener GH parallele à AB, il faut premierement mesurer les grandeurs de AB, que je suppose de 27 toises, & de EF; que je suppose de 45 toises. Ensuite du point A ayant mené la perpendi-

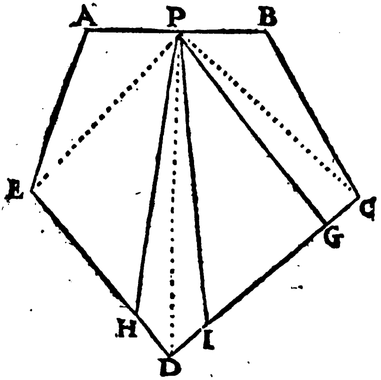
culaire A I à la ligne AB, ou à EF qui ſont paralelles, juſqu'à la ligne EF en I, on doit auſſi meſurer A I, que je ſuppoſe de 21 toiſes. Et enfin on diviſera le tiers de toute la figure qui eſt 168 toiſes par AI qui eſt 21 toiſes, & l'on aura le quotient de 8 toiſes, ce qui étant fait on doit prendre le quarrée de AB, qui ſera 729 toiſes, auquel quarrée on ajoûtera deux fois le produit qui ſe fera par le quotient trouvé 8 toiſes & par la différence entre AB & EF, laquelle eſt 18 toiſes, ce produit ſera donc 144, & le double 288, & la ſomme que l'on cherche ſera 1017 toiſes, de laquelle ſomme on doit tirer la racine quarrée que l'on trouvera de 31 toiſes 5 pieds 4 pouces. Ayant donc meſuré ſur E F la longueur F K de 31 toiſes 5 pieds 5 pouces, & par le point K ayant mené K G parallele à F B rencontrant A E en G, la ligne GH menée par ce point G retranchera le tiers de la figure propoſée, qui ſera le quadrilatere ABGH.

Mais

Mais si l'on avoit pû facilement prolonger les côtez EA, CB jusqu'à leur rencontre en L, en sorte que l'on eût pu mesurer la superficie du triangle ALB, & qu'on l'eût trouvée par exemple de 105 toises, ces 105 toises, étant jointes à 168 toises qui est le tiers de la figure proposée, auroient fait 273 toises pour la superficie du triangle LGH, qu'il faudroit retrancher de toute la superficie du triangle LEF, par la regle du second article de la division des triangles, ce qui seroit plus court que la regle que nous venons d'enseigner. Mais il pourroit arriver que les lignes EA, CB iroient se rencontrer si loin, que l'on ne pourroit pas avoir commodément le point L, ou que le lieu où il se rencontreroit seroit innaccessible, c'est pourquoi nous avons donné la regle précédente.

Pour poursuivre la division, ayant mené de l'angle C la ligne CM parallele à AB & ayant mesuré la superficie du triangle DCM, si elle se trou-

ve plus grande que le tiers de la figure totale, il en faudra retrancher un autre triangle comme DNO égal à ce tiers par la regle du second article de la division des triangles, en menant la ligne ON parallele à CM qui est parallele à A B, à laquelle toutes les lignes des divisions doivent être paralleles. Mais si ce triangle D CM est plus petit que le tiers de la figure totale, il faudra se servir de la premiere regle de cet article pour mener la ligne P Q parallele à CM,



laquelle ligne P Q retranche le qua-

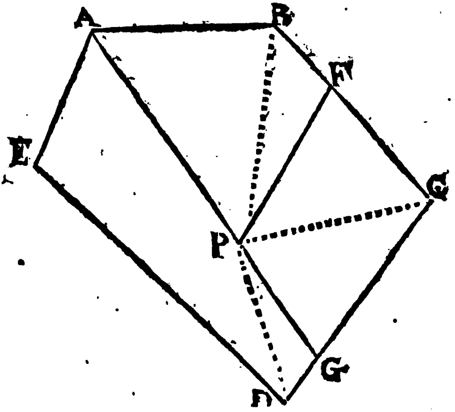
drilatere CMPQ, qui soit égal à la différence qu'il y a entre le tiers de la figure totale & le triangle DCM.

3°. Pour diviser une figure rectiligne de cinq côtez comme ABCDE en trois parties égales par des lignes droites qui partent d'un point comme P donné sur l'un des côtez de la figure, il n'y aura pas plus de difficulté que dans la division, dont nous venons de donner la regle dans le premier article des figures de plusieurs côtez, ou dans le troisiéme article de la division des triangles. Car ayant mené du point P donné des lignes droites aux angles de la figure comme PC, PD, PE, & en retranchant de chacun de ces triangles, un triangle qui soit égal à la différence du tiers, ou du reste du tiers de la figure totale & du triangle où cette différence doit se trouver. Par exemple si le triangle PBC n'étoit que de 100 toises de superficie, & que le tiers de la figure totale fût de 168 toises, il faudroit retrancher du tri-

angle PCD le triangle PCG égal à 68 toises, qui sont la différence entre le tiers de la figure totale & entre le triangle PBC, Mais puisqu'on doit connoître la superficie du triangle PCD pour en retrancher le triangle PCG, on connoîtra aussi le triangle restant PGD; c'est pourquoi si ce reste est moindre que le tiers du total, par éxemple de 6 toises, on retranchera du triangle suivant PED, le triangle PGD égal à 6 toises, ce qui se fera par la regle de l'article troisieme de la division des triangles. Mais si ce reste PGD du triangle PCD étoit plus grand que le tiers de la figure de 6 toises; par exemple, il faudoit retrancher par la même regle le triangle PDI égal à 6 toises, & le reste qui seroit la figure de cinq côtez PIDEA seroit aussi égal au tiers, de la figure proposée; ainsi cette figure seroit divisée en trois parties égales, suivant la sujetion donnée de la position du point P.

On doit entendre la même chose pour tout autre nombre de divisions, & pour quelque figure rectiligne que ce soit.

4°. Si la figure ABCDE de cinq côtez doit être partagée en trois parties égales par des lignes droites qui partent du point P donné au dedans de la figure, & qu'une des lignes par où doit commencer la division soit comme PA, qui aille du point P à l'un des angles comme A, ou à quel-

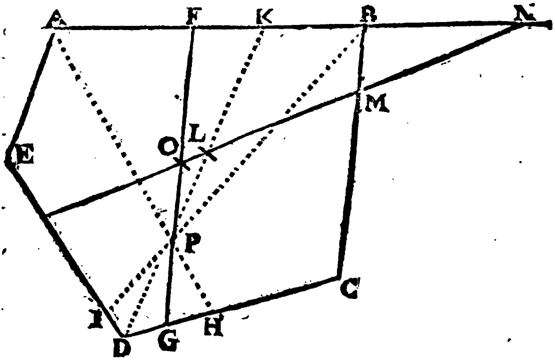


que point marqué sur l'un des côtez. Ayant mené la ligne PB à l'angle

le plus proche comme B, si le triangle P A B est plus petit que le tiers de la figure, on menera la ligne PC à l'autre angle qui suit après B ; & ayant pris la différence qu'il y a entre le tiers de la figure totale, & le triangle APB, on retranchera du triangle PBC, le triangle PBF égal à cette différence, ce qui se fera par la regle enseignée dans le troisiéme article de la division des triangles ; & ainsi le quadrilatere P A B F sera égal au tiers de la figure proposée.

Semblablement si le triangle PFC est plus petit que le tiers de la figure totale ; on prendra la différence qu'il y aura entre ce triangle P F C & le tiers de la figure, & on la retranchera du triangle PCD, en lui faisant le triangle PCG égal ; le quadrilatere PFCG sera donc aussi égal au tiers de la figure ; & par conséquent la figure restante PAEDG sera aussi égale à un tiers. Il n'y aura pas plus de difficulté à diviser la figure proposée en quel autre nombre de parties que l'on voudra.

Si par le point P proposé dans la même figure ABCDE il falloit mener une ligne droite comme FPG qui divisât la figure en deux parties égales. Ayant d'abord mené par l'un

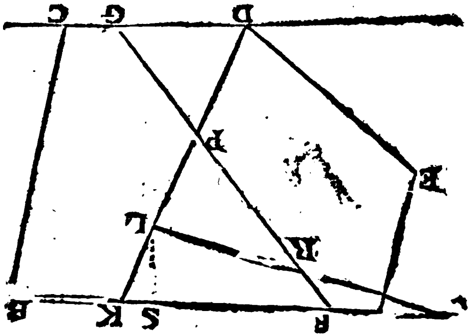


des angles comme B la ligne PBI terminée à l'un des côtez ED, on mesurera la superficie BCDI, & supposant qu'elle soit trouvée plus petite que la moitié de la figure totale, on menera par un autre angle D la ligne droite DPK, & ayant mesuré la superficie KBCD, si elle se trouve encore plus petite que la moitié de la figure totale, par un autre angle A

X iiij

ſoit menée la ligne APH, laquelle retranche la figure ABCH, plus grande que la moitié de la figure propoſée, d'où il eſt évident que la ligne qui retranchera la moitié de la figure totale paſſera entre A & K c'eſt pourquoi ſi P D eſt plus petite que P K, on prendra ſur PK la ligne PL égale à PD & par le point L on menera la ligne LN parallele à DC rencontrant A B prolongée, s'il eſt néceſſaire hors la figure en N. Soit enfin meſurée la ſuperficie du triangle NLK, & ayant connu la différence qu'il y a entre la moitié de la figure totale, & la figure KBCD, on fera une ſomme de cette différence & de la ſuperficie du triangle NLK, & par la même méthode dont nous nous ſommes ſervis dans le ſecond cas de l'article quatriéme de la diviſion des triangles, on menera par le point P la ligne POF, qni retranchera le triangle NOF égal à la ſomme qui a été ci-devant déterminée. Mais comme le triangle POL eſt égal au

triangle PGD, il s'enſuit que la figure OMCG eſt égale à la figure LMCD, & par conſéquent que la figure FBCG eſt plus grande que la figure KBCD ſeulement de la quantité FKLO qui eſt ce qu'il falloit ajouter à la figure KBCD pour la rendre égale à la moitié de la figure propoſée.



Mais ſi les côtez AB, DC de la figure étoient paralleles, la ligne menée par le point L parallele à DC, ne rencontreroit pas en N le côté AB; c'eſt pourquoi on ne pourroit pas ſe ſervir de la méthode des triangles que l'on a indiquée dans l'éxemple précé-

dent. Mais en ce cas il faut ſeulement faire dans l'angle LKA, & ſur la ligne LK pour baſe, le triangle LKQ qui ſoit égal à la différence qu'il y a entre la moitié de la ſuperficie de la figure totale & la ſuperficie KBCD, que nous ſuppoſons moindre que cette moitié. Alors ayant partagé en deux également en R le côté LQ du triangle LKQ la ligne FRPG, qui paſſera par les points P & R, diviſera la ſuperficie propoſée en deux parties égales.

Pour faire le triangle LKQ égal à une ſuperficie propoſée, lequel triangle ait pour baſe la ligne LK, & qu'un de ſes angles ſoit l'angle LKA, du point L on menera la ligne LS perpendiculaire ſur AB & cette ligne étant meſurée doit être le Diviſeur de la ſuperficie propoſée, & ayant pris deux fois le quotient on en portera la grandeur ſur BA en KQ : enſuite on menera LQ qui formera le triangle LKQ que l'on cherche.

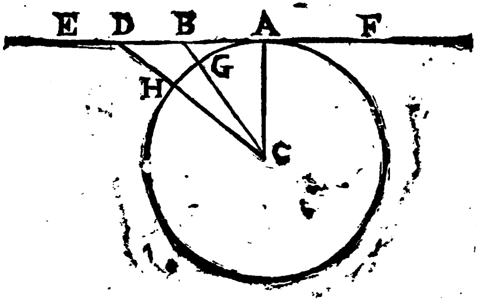
Ces exemples que l'on vient de propoſer ſerviront de modele pour faire d'autres opérations ſemblables qui ſe peuvent compoſer de pluſieurs manieres différentes. Mais comme il arrive rarement que l'on en ait beſoin dans la pratique de l'arpentage, on n'a pas trouvé à propos de s'étendre plus au long ſur cette matiere, de peur d'ennuyer ceux qui ne cherchent que ce qui eſt de quelque utilité, & en faveur de qui l'on a compoſé cet ouvrage.

DU NIVELLEMENT.

LE Nivellement est une opération qui nous donne à connoître la hauteur d'un lieu à l'égard d'un autre. On dit qu'un lieu est plus elevé qu'un autre lieu, lorsqu'il est plus éloigné du centre de la terre. Ainsi la superficie de l'eau ou de quelqu'autre corps liquide est de niveau, à cause que toutes ses parties ou tous ses points sont également éloignez du centre de la terre. On peut donc mesurer la hauteur d'un lieu à l'égard d'un autre par la différence d'élevation de ces deux lieux au-dessus de la superficie de la mer, d'un lac, ou d'un étang, ou enfin de quelque canal plein d'eau pour petit qu'il soit, lorsque cette superficie n'est point agitée.

Une Ligne qui est également éloi-

gnée dans tous ses points du centre de la terre, est appellée du niveau & tous ses points sont dits être dans le même vrai niveau les uns à l'égard



des autres; comme sont les points AGH d'un cercle de la terre dont le centre est C, parceque ces points AGH sont également éloignez du centre de la terre C. Mais nous disons que les points EDBAF sont dans le niveau apparent du point A; lorsque tous ces points sont dans une même ligne droite, dont le point A est la rencontre de cette ligne avec la perpendiculaire CA qui lui est menée du centre de la terre; & si par

ce même point A on décrivoit un cercle qui passat par le point A, & qui eût pour centre le centre de la terre C, la ligne de niveau apparent du point A seroit droite & toucheroit le cercle au point A.

On se sert d'une ligne de niveau apparent pour en déterminer une qui soit de vrai niveau, ce qui se fait en ôtant des points de la ligne du niveau apparent la hauteur dont ils s'élevent au-dessus du vrai niveau, à l'égard du certain point comme A; car il est facile à voir par cette figure, que tous les points de la ligne du niveau apparent comme BDF sont plus éloignez du centre de la terre, que le point A, à l'égard desquels ils sont dans le même niveau apparent. Les différences dont chacun de ces points du niveau apparent à l'égard du point A, sont plus élevez que les points du vrai niveau à l'égard du même point A, sont mesurées par les lignes BG, DH qui sont les excès des secantes comme CB, CD pardessus le rayon du

cercle égal à C A, comme CG, CH.

Dans les opérations ordinaires du nivellement où l'on détermine des points dans un niveau apparent à l'égard de quelque point, il faut connoître les distances qu'il y a entre chacun de ces points, & le premier, à l'égard duquel ils sont dans le niveau apparent, pour sçavoir qu'elle est la quantité de la correction qu'il faut faire à chacun de ces points pour les réduire au même vrai niveau. La table suivante montre les corrections des points du niveau apparent pour les reduire au vrai niveau suivant les différentes distances de 50 en 50 toises.

TABLE.

Distances des points du niveau apparent à l'égard du point A, comme A B.	Corrections ou abaissemens comme B G.	
Toises.	Pouces.	Lignes.
50.	0.	0. $\frac{1}{3}$
100.	0.	1. $\frac{1}{3}$
150.	0.	3.
200.	0.	5. $\frac{1}{3}$
250.	0.	8. $\frac{1}{3}$
300.	1.	0.
350.	1.	4. $\frac{1}{3}$
400.	1.	9. $\frac{1}{3}$
450.	2.	3.
500.	2.	9.
550.	3.	6.
600.	4.	0.
650.	4.	8.
700.	5.	4.
750.	6.	3.
800.	7.	1.
850.	7.	11. $\frac{1}{2}$
900.	8.	11.
950.	10.	0.
1000.	11.	0.

On

On voit dans cette Table que la correction du niveau pour des petites distances, comme 100 toises, est si petite qu'elle ne mérite pas qu'on en tienne compte, principalement si l'on a pas des instrumens très-fins pour faire les observations, comme sont les grands niveaux garnis de lunettes au lieu de pinnules.

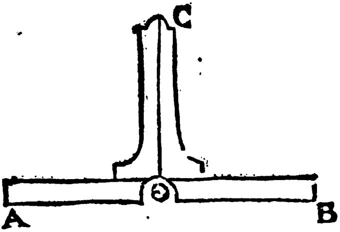
Si l'on prenoit les points du niveau apparent au lieu de ceux du vrai niveau, on se tromperoit dans la conduite de l'eau de quelque source, qui seroit, par éxemple, au point A; car cette source ne s'étendroit pas au long de la ligne droite A B D E qui est le niveau apparent, comme se le persuadent ceux qui ne sont pas versez dans la Géometrie; mais elle demeureroit en A. Car pour s'étendre au long de la ligne ABD, il faudroit qu'elle remontat plus haut qu'elle n'est; ce qui n'est pas possible, puisqu'elle ne peut prendre d'autre figure exterieure que la circulaire qui est également éloignée du centre.

& par conséquent également élevée. Au contraire une source qui seroit en D, auroit beaucoup de pente pour descendre en A, mais elle ne pourroit pas passer outre, car il faudroit qu'elle s'élevât, si elle continuoit son chemin au long de la même ligne droite.

Avant que de venir à la pratique du nivellement, nous donnerons la description de quelque *Niveaux*, qui sont les instrumens dont on se sert pour niveler. Entre tous les niveaux que l'on a inventez depuis quelque temps, nous ne parlerons que de ceux qui sont les plus simples, & qu'on peut fabriquer commodément & avec peu de dépense, car pour les grands niveaux on pourra voir le Traité du Nivellement de Monsieur Picard de l'Academie des Sciences.

Le plus simple de tous les niveaux, & celui qui est le plus en usage, est composé de deux regles attachées ensemble, comme la figure le represente, sur l'une desquelles on a mar-

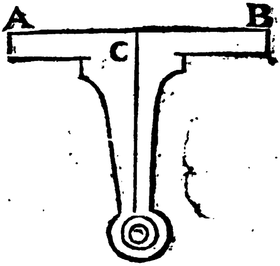
qué une ligne droite CD qui eſt parfaitement à l'équerre ou à angles droits avec le côté AB de l'autre regle. De quelque point comme C de



la ligne CD, on ſuſpend un fil au bout duquel il y a un plomb; lorſque la regle AB ſera poſée de telle maniere, que le filet du plomb ſoit étendu ſur la ligne CD en y battant librement & n'en étant point trop proche, le côté AB de la regle où n'eſt pas attaché le plomb ſera poſé de niveau.

On peut conſtruire ce niveau d'une maniere toute oppoſée à celle-ci, en attachant le filet du plomb au point C de la ligne CD, lequel point C ſoit proche de la ligne AB. Pour de-

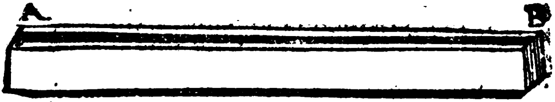
terminer une ligne de niveau repréſentée par le côté AB de l'une des regles de l'inſtrument, il faut que cet inſtrument ſoit poſé de telle maniere que le filet du plomb batte librement ſur la ligne CD qui eſt perpendiculaire à A B.



Ces deux niveaux tirent leurs juſteſſe de la poſition du filet de plomb, qui repréſente une partie de la ligne droite qui paſſeroit par le centre de la terre ſi elle étoit prolongée; & la ligne AB qui lui eſt perpendiculaire repreſente une tangente d'un cercle qui auroit ſon centre joint à celui de la terre, & qui auroit pour demi-diamettre la diſtance depuis le centre

de la terre, jusqu'au point de rencontre de la ligne CD avec la ligne AB, qui sont toutes deux sur l'instrument. Ainsi dans la rigueur géometrique la ligne AB ne peut être considérée que comme une ligne de niveau apparent à l'égard du point de rencontre des deux lignes AB, CD; & quand même chaque partie de la ligne AB depuis la rencontre avec CD auroit 100 toises de longueur; on voit par la table précédente que les extrêmitez A & B ne seroient plus élevées que le point du milieu, que nous supposons être la rencontre des deux lignes, AB, CD, que d'une ligne & un tiers seulement, ce qui seroit de fort peu de conséquence; & même il faut remarquer que les extrémitez A & B qui ne seroient pas dans le même vrai niveau avec le point du milieu, puisqu'elles seroient un peu plus élevées, seroient pourtant dans le même vrai niveau entr'elles, puisqu'elles seroient également éloignées du centre de la terre. Nous explique-

rons ceci plus au long dans la pratique pour prolonger des lignes de niveau. Passons maintenant à la description des niveaux qui tirent leur justesse de la superficie de l'eau qui est de niveau l'orsqu'elle est tranquile.



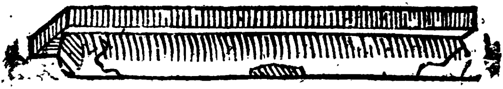
On prend une regle de 7 à 8 pieds de long, laqu'elle soit bien dressée sur l'un de ses côtez comme AB, Sur ce côté dressé on y fait une rainure la plus large qu'il est possible suivant l'épaisseur du bois, qui doit être au moins d'un poucé. La profondeur de la rainure doit être environ double de sa largeur. On ferme les deux extrémitez de cette rainure avec deux petites platines de leton ou de fer blanc, qui s'élevent également toutes deux au-dessus du côté de la regle où est la rainure, de deux ou trois li-

gnes. Ayant versé de l'eau dans cette rainure, qui a été auparavant legerement graissée, pour empêcher que l'eau ne penetre dans le bois & ne fasse cambrer la regle, on posera la regle de telle maniere que l'eau qui est dans la rainure soit également élevée aux deux extrémitez; alors la ligne déterminée par le dessus de la regle sera de niveau. Si le vent agitoit l'eau qui seroit dans la rainure, ensorte qu'on ne pût pas bien juger si l'eau seroit également élevée aux deux extrémitez, il faudroit couvrir la rainure ou l'eau hormis vers les extrémitez. Ce niveau est à peu près semblable au chorobate des Anciens.

L'on peut facilement par le moyen de ce niveau tracer contre un mur une ligne orizontale ou de niveau, ce qui est la même chose; car ayant appliqué la regle contre le mur; & l'eau étant également élevée dans la rainure; le dessus de la regle marquera cette ligne, que l'on tracera contre

le mur avec la même regle qui sert de niveau.

Il y a un niveau qui est fort en usage, & dont l'invention est dûë à Monsieur Thevenot, dont le mérite est très connu dans le Phisique & dans les Mathématiques, & par plusieurs Relations très curieuses qu'il a données au public.



Ce niveau est composé d'un tuyau de verre de demi pouce de diamettre environ, & long de 8 à 10 pouces. Ce tuyau est scellé hermetiquement par les deux bouts, c'est-àdire qu'il est bouché avec le verre même dont il est fait; mais on l'a rempli auparavant de quelque liqueur, comme de l'eau forte affoiblie, à la réserve d'un peu d'air qui y reste. L'eau commune ne pourroit pas servir à cet usage, à cause qu'elle pourroit geler en hyver & casser le tuyau.

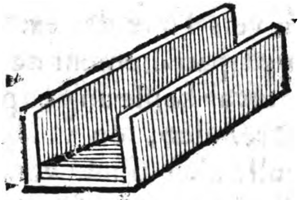
Lorsque le tuyau de verre est posé

horizontalement, on voit la bulle d'air qui paroît dans la longueur du tuyau, & quand la bulle d'air est au milieu, & qu'elle y demeure sans se mouvoir vers l'une des extrémitez, le tuyau est parfaitement de niveau; mais si le tuyau baisse un peu par l'une de ses extrémitez, on voit aussi-tôt que la bulle d'air monte vers le bout le plus élevé. On suppose que le verre du tuyau est d'égale épaisseur par tout, & qu'il est fort droit.

Pour terminer une ligne de niveau on attache ce tuyau sur une regle bien droite, en sorte qu'il en soit également éloigné dans toute sa longueur, & cette regle marque la ligne droite de niveau : mais si le tuyau de verre n'étoit pas d'égale grosseur par tout, on n'opereroit pas éxactement.

Un des niveaux des plus ingénieux est celui de Monsieur Mariotte de l'Académie des Sciences. On se sert de la superficie de l'eau ou de quelqu'autre corps liquide, comme d'un

miroir pour déterminer une ligne de niveau. Il est fait d'un canal de bois long de 4 pieds environ, & large de



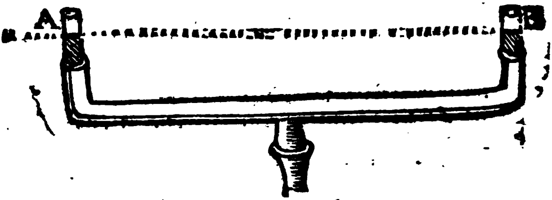
4 à 5 pouces, sa hauteur peut-être de trois pouces ou moins si l'on veut dans le fond de ce canal on fait avec de la cire mole vers les deux extrêmitez deux petites élevations d'un quart de pouce environ de hauteur & qui tiennent toute la largeur du canal. On verse ensuite de l'eau dans ce canal, qui sert premierement à le dresser; mais on y en met autant qu'il est nécessaire pour faire que sa superficie soit plus élevée que les extrémitez de la cire, ce qui peut se faire à cause que l'eau ne s'attache pas à la cire qui est grasse de sa nature. Les élevations de cire doivent aller en

adouciſſant ou diminuant inſenſiblement vers le milieu, afin que l'eau puiſſe s'élever comme, il faut ſans que le canal ſoit parfaitement de niveau. Lorſqu'il fait du vent qui pourroit agiter la ſuperficie de l'eau, il faut couvrir le canal, & laiſſer ſeulement les deux bouts ouverts, encore quand le vent eſt un peu grand on ne s'en peut pas ſervir, à cauſe qu'il paſſe par les extrémitez, & trouble la ſuperficie de l'eau.

Ce niveau ſert principalement dans le prolongement des lignes de niveau, c'eſt pourquoi nous parlerons de ſon uſage dans la ſuite.

De tous les niveaux ordinaires, il n'y en a point, à ce qui me ſemble, qui puiſſe être d'un plus grand uſage que celui dont on trouve la deſcription dans la Géographie réformée du R P Riccioli. C'eſt un tuyau de fer blanc de 5 ou 6 pieds de long & d'un pouce environ de groſſeur. Il eſt recourbé à l'équerre vers ſes deux extremitez de la longueur

d'un pouce & demi ou de deux pouces, où l'on attache avec de la cire ou du maſtic deux tuyaux de verre de 3 ou 4 pouces de long. Enſuite on verſe dans ce tuyau de l'eau dans



laquelle on a mêlé un peu d'ancre ou quelqu'autre teinture; & le tuyau étant rempli, l'eau s'élevera dans les deux tuyaux de verre comme en A & en B qui détermine une ligne de niveau A B, laquelle paſſera par la ſuperficie de l'eau des deux tuyaux.

Il n'eſt pas néceſſaire que l'eau ſoit également éloignée des extrémitez des deux tuyaux de verre, ou qu'elle ſoit également élevée par deſſus le tuyau de fer blanc; il ſuffit qu'on la puiſſe voir dans les tuyaux de verre, car elle s'y mettra toujours d'égale

hauteur par rapport au centre de la terre, comme si elle étoit dans un canal découvert depuis A jusqu'en B, il faut prendre garde que le tuyau de fer blanc soit bien rempli d'eau, ce qui sera facile à connoître en penchant le tuyau, & bouchant le bout qui est en bas; car s'il y a de l'air il sortira par le bout le plus élevé.

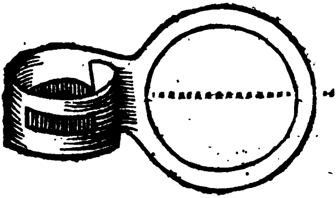
Comme on peut trouver de l'eau par tout, & qu'il n'est pas aussi facile d'avoir une teinture pour mettre dans l'eau pour voir facilement la hauteur où elle est, j'ai trouvé par expérience qu'en mettant dans chacun des tuyaux de verre deux petits cylindres de bois leger bien noircis, & euduits de graisse ou de suifs, qui avoient à un des bouts une épingle attachée pour leur servir de contrepoids & les tenir perpendiculairement dans l'eau, je pouvois facilement déterminer la hauteur de l'eau par la hauteur des deux cylindres, qui nagent sur l'eau ou à fleur d'eau & qui étant



également pesants ne s'élèvent pas plus l'un que l'autre sur l'eau.

On pourroit appliquer en deux manieres différentes une lunette d'approche à ce niveau ce qui donneroit beaucoup de facilité pour niveler.

La premiere maniere & la plus juste ce seroit d'ajuster à l'un des tuyaux de verre du niveau un verre objectif qui eut son foyer de la longueur de l'intervalle entre les deux tuyaux de verre. Pour ajuster ce verre objectif on prendra une petite lame de leton ou de fer blanc fort mince, large



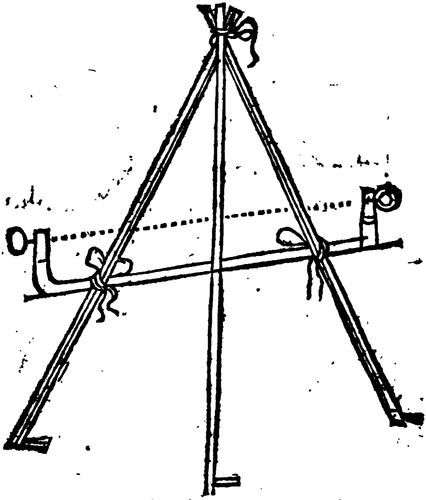
de demy pouce par l'une de ses extrémitez & par l'autre d'un peu plus d'un pouce. Pour sa longueur il faudra qu'elle soit assez grande pour lui

donner la forme que représente cette figure dans laquelle on voit qu'elle est tournée en cylindre par la plus étroite de ses extrémitez qui doit envelopper un des tuyaux de verre & s'y tenir ferme par le moyen de son ressort. Le milieu du cylindre de la lame doit être ouvert de deux petites fentes à l'opposite l'une de l'autre, pour pouvoir voir au travers la hauteur de l'eau dans le tuyau de verre, & ces fentes doivent être faites selon la longueur de la lame. La partie de la lame qui demeure, droite sera percée d'une ouverture ronde de dix lignes environ de diametre, dont le centre sera précisément dans la ligne qui passe par le milieu des fentes. On appliquera à cette ouverture le verre objectif de la lunette, lequel doit avoir son centre à la même hauteur que celui de l'ouverture ; car il n'est pas nécessaire que ces deux centres soient joints ensemble. On peut facilement donner cette position au verre objetif en le tournant un demi

tour dans l'ouverture, & en observant avec le verre oculaire à la distance qu'il faut pour la longueur de la lunette, si le même objet paroît à même hauteur en ces deux différentes positions de l'objectif.

L'eau étant en repos dans les deux tuyaux on fera glisser sur le tuyaux de verre la lame ou pinnule qui porte le verre objectif pour l'élever ou l'abaisser autant qu'il faudra, pour voir au-travers des fentes la superficie de l'eau, ou la superficie du petit cylindre de bois noircy que l'on y aura mis; & il faudra bien prendre garde que la ligne qui passe par le milieu des fentes & par le centre de l'ouverture ronde soit horizontale. Ce verre objectif étant tourné directement vers l'autre tuyau de verre où il n'est pas attaché, on tiendra l'oculaire à la main que l'on éloignera de ce tuyau de la distance de son foyer, & que l'on élevera à peu près à la hauteur de l'eau; alors en regardant au travers de ces deux verres qui for-

ment une lunette d'approche, l'objet éloigné qui paroîtra à la hauteur & à côté de l'eau du tuyau qui est vers



l'œil, ou du dessus du petit cylindre de bois qui nage sur l'eau, & qui paroîtra aussi fort augmenté au travers du verre oculaire, sera dans le niveau apparent du dessus de l'eau du tuyau, ou du cylindre de bois.

L'on pourroit arrêter le verre ob-

jectif à la distance qu'il faut du tuyau de verre qui est proche l'œil, en sorte pourtant qu'il pût se hausser ou baisser pour répondre à la hauteur de l'eau qui est dans le tuyau ; ce qui donneroit beaucoup de commodité à ceux qui n'ont pas accoutumé de se servir de lunettes d'approche sans tuyau où la lumiere exterieure empêche de découvrir facilement l'objet auquel la lunette est pointée. Cette maniere d'appliquer la lunette d'approche au lieu de pinnules est tout à fait semblable à celle dont l'invention est dûë à feu Monsieur Picard de l'Academie des Sciences : mais en voicy une autre qui peut être fort utile dans plusieurs rencontres, & sur tout dans la pratique du Nivellement, quoiqu'elle ne soit pas si juste.

On se sert dans cette seconde maniere d'appliquer une lunette à ce niveau, d'une pinnule semblable à celle que nous avons décrite ci-devant, mais dont l'ouverture ronde ne doit

être que de deux ou trois lignes de diametre. Le verre objectif ne doit avoir que 8 à 10 pouces de longueur de foyer, & il doit être centré comme l'autre dont nous avons parlé. Cette pinnule s'applique au tuyau qui est proche de l'œil, en sorte que les fentes soient à la hauteur de l'eau ; & en tenant le verre oculaire à la main on s'écarte autant qu'il est nécessaire pour voir le dessus de l'eau de l'autre tuyau au travers des deux verres qui forment la lunette, & l'on remarque à même temps quel objet éloigné se trouve à la hauteur de l'eau qui paroît par la lunette, & cet objet est dans le niveau apparent de l'eau des tuyaux. Lorsqu'on voit distinctement la hauteur de l'eau au travers de la lunette, on verra un peu confusément les objets éloignez, à cause que le tuyau est trop proche de l'objectif de la lunette : mais en approchant un peu le verre oculaire de l'objectif, l'objet éloigné paroîtra plus distinctement, & l'on verra le tuyau

un peu confus ; c'eſt pourquoi en ap-prochant & reculant un peu par plu-ſieurs repriſes le verre oculaire de l'objectif, on peut déterminer aſſez juſtement le point de l'objet éloigné, qui répond à la hauteur de l'eau dans les tuyaux.

J'ai rapporté ces pratiques en fa-veur de ceux qui voudront ſe ſervir de cet inſtrument dans des Nivelle-mens un peu conſidérables ; mais principalement pour ceux qui n'ont pas la vûë fort bonne pour diſtinguer les objets éloignez, & qui pour-ront retirer un grand avantage de cette application de lunette.

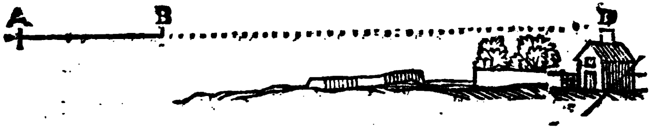
La figure précédente fait voir aſſez clairement la maniere dont ce ni-veau doit être arrêté ſur ſon pied, qui n'eſt fait que de trois bâtons de 6 à 7 pieds de long, & attachez enſemble par l'une de leurs extrémitez.

Pour prolonger des lignes de niveau.

LEs instrumens dont on se sert pour niveler ne peuvent déterminer des lignes de niveau que de la longueur de l'instrument ; & s'il falloit ajoûter ensemble plusieurs de ces lignes de niveau pour faire un grand nivellement, outre la longueur du temps qu'il y faudroit employer, on pourroit commettre bien des fautes dans la multitude des opérations qu'il faudroit faire. C'est pourquoi après s'être bien assuré d'une ligne de niveau de 5 ou 6 pieds de longueur, on a cherché les moyens de la prolonger avec toute la justesse possible. La plus sure de toutes les manieres dont on puisse se servir pour prolonger une ligne droite, est celle qui se fait en mirant par les deux extrémitez de la ligne donnée.

Par éxemple, si la ligne A B est de niveau, & si en mirant par les extrémitez A & B on voit le point ou l'ob-

jet qui paroisse joint à ces deux extrémitez A & B, on dit que la ligne droite A B étant prolongée rencon-



tre le point D, & parconséquent que le point D est de niveau avec les points A & B, c'est-à-dire dans le même niveau apparent que le point du milieu entre A & B. On peut se servir de cette méthode avec assurance, quoique dans la vérité le point D ne soit pas dans la même ligne droite que les points AB; mais cette différence ne peut être sensible que dans de très grandes distances.

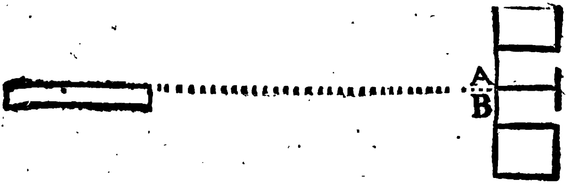
Pour pouvoir mirer facilement par les deux points que l'on a déterminez de niveau comme A & B, on éleve à ces deux extrémitez A & B deux petites lames de carton ou de leton mince, & l'on y fait deux petits trous ou deux petites fentes qui soient éga-

lement élevées au dessus de la ligne AB, ou de ses extrémitez A & B; & en approchant l'œil de l'une de ces ouvertures, on voit au travers de l'autre quelque objet éloigné, lequel paroissant dans le milieu de cet ouverture; sera dans le niveau apparent de ces deux pinnules, ou du point d'entre-deux. Si la distance depuis le niveau jusqu'au point où l'on a miré étoit assez grande pour recevoir quelque correction, afin de réduire le point du niveau apparent D au point de niveau vray il faudroit la faire suivant la Table précédente.

On n'a pas besoin de pinnules pour servir à mirer dans le dernier niveau que nous avons décrit; car la hauteur de l'eau dans les tuyaux de verre fera le même effet. On ne peut pas non plus se servir de pinnules pour prolonger des lignes de niveau avec le niveau de Monsieur Mariotte, dont voici l'usage.

On marquera sur une carte blanche deux lignes noires, bien droites

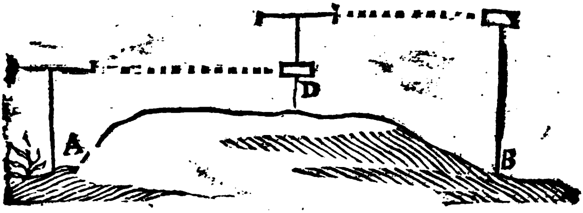
& paralleles entr'elles, comme A & B, qui soient éloignées l'une de l'autre d'un pouce ou de deux. Cette carte étant posée à la distance où l'on veut marquer un point qui soit de ni-



veau avec l'eau qui est dans l'instrument, on met l'œil fort proche de l'instrument & à peu près à la hauteur du dessus de l'eau : alors on doit voir pardessus l'eau les deux traits noirs de la carte, ou bien la carte est trop basse : c'est pourquoi on la fera relever. Mais si l'on voyoit pardessus la superficie de l'eau les deux lignes noires de la carte & 2 autres au dessous, qui sont celles qui se representent sur la superficie de l'eau, ayant abaissé l'œil tant que la superficie de l'eau ne paroisse plus quasi que comme une ligne, on fera baisser la carte tant que

que l'on ne voye plus que trois lignes noires dont les deux distances paroissent égales entr'elles, la ligne de dessous étant l'image de celle de dessus de la carte, & celle du milieu qui est celle d'enbas de la carte étant confonduë avec son image, alors la ligne B d'enbas sur la carte est dans le niveau apparent de la superficie de l'eau de l'instrument.

Venons maintenant à la pratique du Nivellement. Puisque nous pouvons prolonger facilement des lignes de niveau, il ne sera pas malaisé de connoître la différence des hauteurs ou de niveau entre deux points proposez, comme A & B, car



premierement si la distance entre ces points n'est pas fort grande, on

pourra faire l'opération en une seule fois, pourvû qu'il n'y ait pas une trop grande différence de hauteur, ou que l'on puisse voir un de ses points, l'œil étant posé vers l'autre. Dans les autres cas on pourra prendre tels points que l'on voudra entre-deux & dans des distances que l'on jugera à propos, ensorte que l'on puisse joindre tous ces points avec les deux extrémes; on prend par éxemple ici le point D entre les extrêmes donnez A & B.

On posera ensuite le niveau au point A sur son pied qui l'élevera par éxemple de trois pieds, & l'on fera mettre au point D un bâton droit dans lequel on aura enfilé une carte qui pourra glisser au long du bâton. Alors l'œil étant posé à l'une des extrémitez du niveau, on fera élever ou baisser la carte tant que sa partie de dessus parroisse dans la ligne de mire ou de visée du niveau; ce qui étant fait on sera assuré que le dessus de la carte sera de niveau avec

les points de l'instrument par où l'on mire. C'est pourquoi l'on mesurera éxactement la hauteur de la carte depuis le point D où le bâton est posé ; & si cette hauteur est plus grande que la hauteur du niveau posé en A, il est évident que le point D sera plus bas que le point A, de la différence entre les deux hauteurs trouvées. Par éxemple, si la hauteur de la carte au-dessus du point D est de quatre pieds, puisque nous avons supposé que la hauteur du niveau au point A étoit de trois pieds, le point D sera plus bas que le point A d'un pied. Mais au contraire si la hauteur de la carte par dessus le point D n'étoit que d'un pied & demi, il s'ensuivroit que le point D seroit plus haut que le point A de la différence des deux hauteurs, qui seroit un pied & demi.

Enfin si la ligne de visée ou de mire donnoit plus bas que le point D que nous supposons être à terre, il faudroit transporter le niveau au point

D, & le bâton qui porte la carte au point A, & le cou de niveau étant fait on connoîtroit de combien de pieds & de pouces le point D seroit plus haut que le point A.

Pour continuer le nivellement jusqu'en B, on mettra le niveau en D, & le bâton en B, & ayant donné le coup de niveau, si l'on trouve que la ligne de visée fasse élever la carte à 10 pieds au dessus du point B, & que le niveau ait encore 3 pieds de hauteur au dessus de D, on dira que le point B est plus bas que le point D de 7 pieds. Mais si le point D étoit déja plus bas que le point A d'un pied, il s'ensuivroit que le point B seroit plus bas que le point A de 8 pieds : au contraire si le point D étoit plus haut que le point A d'un pied & demi, il faudroit ôter cette hauteur de celle que l'on a trouvée que le point D avoit pardessus le point B, & il resteroit 5 pieds $\frac{1}{2}$ pour la hauteur du point A par dessus le point B.

Si le point B n'étoit pas le dernier

point du nivellement, on considereroit toujours la haureur ou l'abaissement du dernier fait à l'égard du prémier pour le comparer avec le suivant.

On doit remarquer ici, que quoique l'instrument dont on se sert pour niveler ne soit pas fort juste, comme si dans le premier niveau la ligne sur laquelle le filet du plomb doit être appliqué, n'étoit pas parfaitement à l'équerre avec celle qui détermine le niveau, ou bien si dans le dernier niveau le verre qui sert d'objectif à la lunette n'étoit pas bien centré, on ne laissera pas de faire un nivellement fort éxact, pourvû qu'il soit composé de deux ou de plusieurs nivellemens particuliers faits de suite, & que l'instrument dont on se sert à niveler ait précédé ou été devant les perches qui portent le signal, dans une espace de chemin égal à celui où les perches ont précédé l'instrument, sans que le nombre des stations ou des nivellemens particuliers ni leur

longueur doivent être égale. Par exemple, si l'on veut niveler la distance entre deux points comme A & B par cinq stations ou nivellemens particuliers en commençant par A, si les perches sont demeurées à ce point A, & que l'instrument ou le niveau ait marché devant, c'est-à-dire qu'il se soit avancé vers B de 130 toises pour la premiere station, & que dans la seconde au contraire, si les perches ont précédé le niveau qui sera demeuré au même lieu où il étoit, & que la longueur de cette seconde station soit de 50 toises, & que les perches ayent encore précédé le niveau dans la troisiéme opération ou station qui soit de 90 toises, & de même encore dans la quatrieme qui soit de 35 toises, & enfin dans la cinquiéme, si le niveau a précedé les perches dans l'espace de 45 toises, nous dirons que dans ce nivellement composé de cinq autres, le niveau a autant précédé les perches, ou bien qu'il a marché autant devant les per-

ches, que les perches ont marché devant le niveau ; car la premiere & la derniere opération contiennent ensemble 175 toises de longueur, avant que les trois autres ensemble.

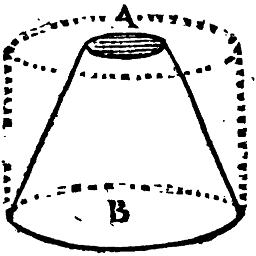
Ces nivellements servent ordinairement pour la conduite des eaux ; comme s'il falloit conduire une source dans quelque lieu, on trouvera par les opérations la hauteur où l'eau pourra être conduite, en observant de donner deux pouces environ pour la pente de l'eau par chaque cent toises ; ainsi si l'on trouve qu'une source soit plus haute, que le lieu où l'on doit la mener de quatre pieds, & que la distance soit de 2000 toises, on pourra s'assurer que l'eau pourra être conduite facilement, puisque l'on aura encore 8 pouces de plus que la pente que nous avons déterminée. Quoique je donne ici deux pouces par cent toises, ce n'est pas que je ne sçache bien qu'on a des expériences très certaines qu'un pouce de pente par cent toises peut suffire pour con-

duire de l'eau; mais ce ne peut-être que lorsqu'il y en a une grande quantité, comme dans une riviere. Moins on a d'eau à conduire, & plus il faut de pente, à cause que l'eau est [illegible] retardée par les frotemens du canal qui la renferme; c'est aussi pour cette même raison qu'il faut beaucoup plus de pente pour conduire de l'eau dans un tuyau que dans un canal découvert.

De la Nature

& des proprietez de l'Eau.

Une des plus considérables proprietez de l'eau, est qu'elle pese non pas par rapport à sa quantité, mais seulement suivant sa hauteur. Par éxemple, si le vase A B, qui est beaucoup plus large par le bas B, que par le haut A, est rempli d'eau, le fond de ce vase B sera autant pressé par l'eau du vase que



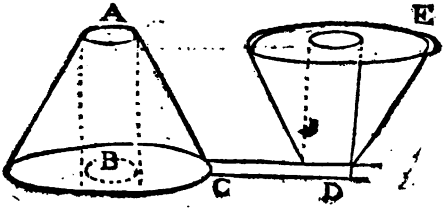
si le vase étoit d'égale largeur par le haut & par le bas. Ainsi le vase

A B étant ouvert par le fond B, si l'on y appliquoit une vessie qui fut attachée autour du bord inférieur, lorsque le vase sera rempli d'eau, la vessie s'enflera un peu ; & si l'on veut la relever avec une petite planche jusque contre le bord inférieur du vase, il y faudra employer une force égale à celle qui pourroit porter la quantité d'eau qui seroit contenuë dans un cylindre dont la largeur seroit égale à l'ouverture inférieure B du vase, & la hauteur la même A B que celle du vase.

Par cette même raison si l'on ajuste à un tonneau rempli d'eau un petit tuyau, qui étant haut de 15 ou 20 pieds ne contienne qu'une pinte d'eau environ qui pese deux livres, ce petit tuyau étant rempli d'eau, le tonneau jettera les fonds comme s'ils étoient chargez de la quantité d'eau qui pourroit contenir dans un cylindre de la même grosseur que le tonneau, & de 15 ou 20 pieds de haut.

C'est aussi par cette même raison

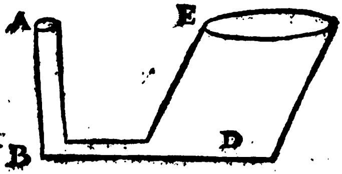
que le vaiſſeau DE, qui eſt fort large par le haut E, & fort étroit par le bas D étant rempli d'eau, le fond D n'eſt pas plus chargé ou preſſé par l'eau du



vaiſſeau, que ſi ce n'étoit qu'un cylindre plein d'eau de la hauteur du vaſe DE, & de la largeur du fond D, Enfin ſi l'on joint ces deux vaiſſeaux AB, DE, par un tuyau CD, lorſqu'ils ſeront remplis d'eau, elle s'y mettra à même hauteur ou de niveau, quoique l'un ſoit fort large par le bas & étroit par le haut, & l'autre au contraire étroit par le bas & large par le haut,

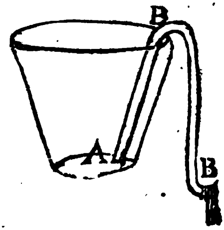
Il en eſt de même du tuyau AB DE recourbé en ſiphon, dont la partie AB eſt fort étroite, & l'autre

D E fort large, & même inclinée si



l'on veut; car l'eau se tiendra à égale hauteur dans les deux tuyaux.

Le *siphon* est un tuyau recourbé comme ABE, dont l'une des jambes BE est plus longue que l'autre AB. Ayant rempli le tuyau plein d'eau, si l'on met le bout de la jambe la plus courte A B dans un vase plein d'eau, & qu'en même temps on ouvre le bout E de la plus longue, l'eau du



vase coulera par l'ouverture E, jusqu'à ce qu'elle soit parvenuë à la hauteur de l'ouverture A de la plus courte jambe du siphon.

Il faut remarquer que la même chose arrivera toujours de qu'elle grandeur que soit le siphon, pourvû que la courbure du haut du siphon ne surpasse pas trente pieds environ au dessus de la superficie de l'eau du vase, car alors l'eau du vase ne pourroit pas couler par le tuyau, à cause d'un vuide qui se feroit dans le haut du tuyau, quand même les deux bouts seroient plongez dans l'eau.

La force avec laquelle l'eau frappe contre quelque corps, est en même raison que la vitesse avec laquelle elle coule; ainsi si une eau coule une fois plus vîte qu'une autre eau, elle choquera contre le corps qu'elle rencontrera avec une fois plus de force que celle qui coule une fois moins vîte. Mais il faut que les hauteurs de l'eau dans les reservoirs au dessus de l'adjutage, ou du trou par où elle sort comme B, soient en raison des

nombres quarrez, pour faire que l'eau sorte par l'ajutage avec des vitesses qui soient en raison des racines de ces mêmes quarrez. Par éxemple, l'eau étant entretenuë dans le reservoir a la hauteur D qui est de 16 pieds, elle coulera seulement une fois plus vîte par le trou B, ou bien elle aura une vitesse double de celle qu'elle auroit si le reservoir étoit toujours entretenu à la hauteur A, qui n'est que de 4 pieds pardessus le trou. De même l'eau étant dans le reservoir à la hauteur de C qui soit de 36 pieds, coulera seulement par le trou B avec une vitesse triple ou trois fois plus grande qu'avec celle qu'elle avoit lorsque l'eau étoit dans le reservoir en A à la hauteur de 4 pieds : car les hauteurs de l'eau dans le réservoir seront 1, 4, 9, qui sont des nombres quarrez, & les vitesses de l'eau qui sort sont 1, 2, 3, qui sont les racines de ces nombres quarrez.

Cette regle sert à connoître combien un jet d'eau dépense d'eau, lorf-

que l'on connoît la hauteur à laquelle il s'eleve, que nous supposons être égale à celle du réservoir d'où il vient quoiqu'il y ait un peu de différence; mais il faut sçavoir auparavant combien un jet d'eau d'une hauteur connuë, & d'une grosseur d'ajutage déterminée dépense d'eau. Par éxemple, on sçait par expérience qu'un jet d'eau de 10 pieds de haut & de 6 lignes de diametre d'ajutage dépense pendant une minute de temps une quantité d'eau connuë qui est 2119 $\frac{1}{3}$ pouces cubiques; on sçaura par la regle précédente qu'un jet d'eau de 40 pieds de haut & de 6 lignes de diametre d'ajutage dépensera seulement deux fois autant d'eau qui sera 4238 $\frac{2}{3}$ pouces cubiques dans le même temps, quoiqu'il s'éleve quatre fois plus haut; mais si l'ajutage de ce second jet étoit d'un pouce de diametre, qui seroit par conséquent quadruple, ou quatre fois plus grand que celle de 6 lignes, ce jet dépensera huit fois autant d'eau que le premier.

Lorsque nous disons qu'un jet d'eau dépense une fois plus d'eau qu'un autre jet de même grosseur, il faut entendre que c'est seulement à cause de sa vitesse, qui étant double de l'autre, dépense une fois plus d'eau ; & si elle étoit triple, elle dépenseroit trois fois autant d'eau.

Il n'y a rien qui surprenne d'avàntage que de voir qu'un jet d'eau qui ne dépense que deux fois autant d'eau qu'un autre jet, monte quatre fois plus haut, & que celui qui en dépense seulement trois fois autant, monte neuf fois plus haut, & ainsi dans les autres proportions que nous avons expliquées ; ce qui dépend de la vitesse avec laquelle l'eau sort de l'ajutage.

On mesure l'eau coulante par pouces. Ce pouce est une ouverture ronde d'un pouce de diametre faite dans une platine fort mince, afin que l'eau ne puisse pas être arrêtée par le frotement qu'elle feroit contre les bords, & l'on appelle un *pouce d'eau* toute

celle qui coule continuellement par cette ouverture, lorſqu'elle eſt ſeulement chargée autant qu'il eſt néceſſaire pour faire qu'elle rempliſſe en coulant toute l'ouverture. Il faut prendre garde que l'eau qui fournit à cette ouverture d'un pouce, ſoit dans un grand baquet à peu près de niveau; car ſi l'eau qui paſſe par l'ouverture venoit la rencontrer avec une pente conſidérable, elle paſſeroit plus vite par l'ouverture, que lorſqu'elle eſt tranquile, & qu'elle n'a ſeulement qu'autant de mouvement qu'il lui eſt néceſſaire pour fournir à la dépenſe du pouce; c'eſt pourquoi le pouce fourniroit ou dépenſeroit beaucoup d'eau.

Toutes les expériences que l'on a faites de la dépenſe d'un pouce d'eau c'eſt-à-dire combien un pouce d'eau doit dépenſer ou fournir d'eau, ſe ſont à peu près accordées à la quantité de 200 muids en trois jours. Ainſi ſans avoir égard à la viteſſe de l'eau, ni aux différentes manieres ou ou-

vertures par où l'eau peut couler, si l'on connoît qu'une ſource a rempli une eſpace qui contienne 200 muids en trois jours, on dira que cette ſource a un pouce d'eau, ou bien qu'elle fournit un pouce d'eau.

Puiſque le muid contient 8 pieds cubes, les 200 muids contiendront 1600 pieds cubes; c'eſt pourquoi ſur cette meſure on en pourra déduire d'autre qui lui feront proportionnelles, & qui ſeront plus commodes pour la pratique. Car on trouvera que ce que l'on appelle un pouce d'eau coulante ou courante remplira ou fournira 66 muids & $\frac{2}{3}$, ou bien 533 pieds cubiques, & $\frac{1}{3}$, en un jour & 22 pieds cubiques & $\frac{2}{9}$, ou bien 22 pieds & 384 pouces cubes dans l'eſpace d'une heure. Enfin dans l'eſpace du temps d'une minute, qui eſt la ſoixantiéme partie d'une heure, un pouce d'eau remplira 640 pouces cubiques, dont le pied en contient 1728; & dans l'eſpace d'une ſeconde qui eſt la ſoixantiéme partie d'une

minute, il remplira 10 pouces cubiques & deux tiers.

Si l'on veut donc ſçavoir la quantité des pouces d'eau que fournit une ſource, on tâchera de la faire couler dans quelque lieu qui la puiſſe contenir, & dont on puiſſe meſurer la capacité; & ſi elle n'avoit que trois ou quatre pouces d'eau, il faudroit ſeulement la recevoir dans un muid que l'on auroit meſuré éxactement. On obſervera en combien de temps le lieu où l'on reçoit l'eau ſe remplira, ce qui donnera la quantité des pouces d'eau de la ſource.

On meſure éxactement le temps par le moyen d'un pendule, que l'on peut faire avec une bale de plomb attachée au bout d'un fil. Le fil de ce pendule étant ſuſpendu à quelque choſe, ſi la longueur du pendule depuis le point de ſuſpenſion juſqu'au milieu de la bale, eſt de 9 pouces 2 lignes, chaque vibration de la bale vaudra une demi ſeconde de temps. On compte une vibration d'un pen-

dule le mouvement que fait la bale tant en deſcendant qu'en remontant tout enſemble, enſorte que le pendule étant mis en mouvement, lorſqu'il ſera revenu au point le plus haut d'où il eſt parti, il aura fait deux vibrations, qui vaudront une ſeconde de temps ſi le pendule eſt de 9 pouces 2 lignes de long, & il en faudra 120 pour une minute de temps, car une ſeconde eſt la ſoixantiéme partie d'une minute. L'éxemple ſuivant ſervira à faire comprendre plus aiſément cette méthode.

Suppoſons qu'un tonneau qui contient éxactement 8 pieds cubiques ait été rempli par l'eau coulante d'une ſource en ſix minutes de temps ou en 360 ſecondes, ce qui eſt la même choſes.

Si l'on réduit les huit pieds cubes du tonneau en pouces cubes, on en trouvera 13824, qui étant diviſez par les 360 ſecondes de temps dans lequelle tonneau s'eſt rempli, on aura pour quotient 38 pouces & $\frac{6}{15}$ qui

ſont entrez dans le tonneau dans l'eſpace de chaque ſeconde de temps. C'eſt pourquoi ſi l'on diviſe ce nombre de pouces par la quantité d'eau que fournit un pouce en une ſeconde, qui eſt 10 pouces & $\frac{2}{3}$, on aura 3 pouces & $\frac{3}{5}$ au quotient qui ſera la quantité des pouces d'eau de la ſource.

Comme je n'ai pas enſeigné a faire les regles d'Arithmetique par fractions, on pourroit trouver de la difficulté daus la regle précédente ; mais il ſera facile de ſe tirer d'embaras en réduiſant les pouces tant du nombre à diviſer que du diviſeur en lignes, & en y ajoutant le nombre des lignes qui leur conviennent le plus près pour les fractions qui ſont jointes à ces nombres, & faiſant la diviſion ſimple, & négligeant les petites fractions comme dans cette exemple, puiſqu'en pouce cube contient 1728 lignes cubes, ſi l'on multiplie les 38 pouces qu'il faut diviſer par ce nombre, on aura 65664 lignes cubes,

ausquelles il faudra ajoûter 691 lignes $\frac{1}{5}$ pour les $\frac{6}{15}$ qu'il faut ajoûter à ce nombre; on aura donc pour le nombre qui doit être divisé 66355 lignes $\frac{2}{5}$. On fera la même chose pour le diviseur, qui est 10 pouces $\frac{2}{3}$, les 10 pouces étant donc multipliez par 1728 donneront 17280 lignes, ausquelles il faudra ajouter 1152 lignes pour les deux tiers d'un pouce; le diviseur sera donc en tout 18432 lignes. Enfin la division étant faite on aura au quotient 3 pouces & $\frac{11039}{18432}$ qui sont à peu près $\frac{3}{5}$ de pouce comme nous avons marqué ci-devant.

Il y a encore une autre maniere de mesurer les eaux courantes, en les faisant couler par un canal uni, égal & posé de niveau à peu près.

Ce canal doit être long de 5 ou 6 toises s'il est possible. Ayant mis quelque corps leger dans l'eau à l'entrée du canal qui puisse nager à fleur d'eau ou enrre deux eaux, on observe éxactement le temps que ce corps demeure à parcourir la longueur du ca-

nal, & pour s'en aſſurer on reïtere l'opération pluſieurs fois enſuite on meſure la longueur du canal, & vers ſon milieu on prend la hauteur de l'eau dans le canal avec ſa largeur, que l'on multiplie l'un par l'autre pour en faire un plan qui ſoit égal à la *coupe* de l'eau courante, c'eſt ainſi qu'on appelle la ſuperficie d'une ouverture par laquelle toute l'eau couleroit ou paſſeroit vers le milieu du canal. Cette ſuperficie étant donc multipliée par la longueur du canal on a la quantité d'eau qui s'eſt écoulée, ou qui a été fournie par la ſource dans l'eſpace du temps que l'on a obſervé : on pourra donc connoître par la regle précédente la quantité d'eau de la ſource puiſqu'on ſçait qu'elle a fourni une certaine quantité de pouces cubiques d'eau en un certain temps.

Par exemple ſi le canal eſt large de 12 pouces, & qu'il ſoit d'égale largeur en haut & en bas, l'eau y étant haute de 6 pouces, on a pour la cou-

pe de l'eau 72 pouces de superficie; mais la longueur du canal étant de 10 pieds ou 120 pouces, toute la solidité de l'eau dans le canal sera de 8640 pouces solides ou cubiques. Enfin si le corps que l'on a posé dans l'eau est demeuré 55 secondes de temps à parcourir la longueur du canal il faudra diviser les 8640 par 55, & l'on aura au quotient 157 pouces & $\frac{1}{11}$ que la source a fourni dans chaque seconde de temps qu'il faudra diviser par 10 pouces $\frac{2}{3}$ qui est la quantité des pouces cubiques d'eau, qu'un pouce d'eau doit fournir dans une seconde, & l'on trouvera que la source qui coule dans le canal fournit 14 pouces $\frac{2}{3}$ & un peu plus.

Cette mesure n'est pas fort éxacte à cause des frotemens de l'eau contre le fond & contre les côtez du canal; car j'ai trouvé par expérience, que quand même le canal seroit fort uni, & que l'eau y auroit autant de largeur que de hauteur, afin qu'elle eût le moins de frotement qu'il fût possible

il

il faudroit ôter de la quantité trouvée la cinquiéme partie, & dans d'autres cas il en faudroit ôter beaucoup plus.

METHODE ABREGE'E pour faire des Toisez par le moyen des nombres logarithmes.

NOus supposons ici que l'on ne demande pas une plus grande exactitude ou précision que celle qui va jusqu'aux pouces, car aussi bien dans les toisez des terres on se contente des pouces, n'étant pas possible de déterminer la longueur & la largeur d'une terre à quelques pouces près.

Pour opérer par cette Méthode, on reduit toute la toise en pouces, ce qui se peut faire sans mettre la main à la plume. Car la toise n'ayant que 6 pieds, si l'on a 3 pieds 5 pouces, on connoît d'abord que les 3 pieds valent 36 pouces, qui avec 5 pouces font ensemble 41 pouces. Si l'on avoit 5 pieds 2 pouces, on verroit de même que ce seroit 62 pouces.

Ensuite on réduit les pouces proposez de la toise en centiémes parties de la toise ; c'est-à-dire qu'il faut trouver quel uombre de parties d'une toise qui seroit divisée en 100, répondroit aux pouces proposez dont la toise en contient 72. Il sera facile de faire cette réduction par la Table suivante.

Par éxemple, si l'on veut réduire 37 pouces & $\frac{1}{4}$ en centiémes parties de la toise, on trouvera dans la Table vis-à-vis de 37 pouces 51 parties & $\frac{4}{10}$ qui leur répondent, mais le quart d'un pouce vaut environ $\frac{4}{10}$ de parties, car le pouce en vaut 14 ; on aura donc 51 parties & $\frac{8}{10}$ pour les 37 pouces & $\frac{1}{4}$.

Semblablemaut pour 22 pouces & $\frac{2}{3}$ on trouvera pour 22 pouces 30 parties & $\frac{5}{10}$ & les $\frac{2}{3}$ de 14 sont environ 10 qui est une partie ; c'est pourquoi on aura 31 parties & $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$ pour les 22 pouces $\frac{2}{3}$.

Il faut seulement faire cette reduction pour les pieds & les pouces qui sont donnez pardessus les toises.

Par éxemple si l'on donnoit une grandeur de 25 toises 4 pieds 7 pouces, il ne faut faire la réduction que des 4 pieds 7 pouces, qui seront 76 parties plus $\frac{4}{10}$. On aura donc 25 toises & 76 parties plus $\frac{4}{10}$ mais pour faire aussi la réduction des toises en centiémes parties, il n'y a qu'à ajoûter deux zero au devant du nombre des toises ainsi 2500 centiémes parties de toises valent 25 toises, & tout le nombre réduit sera 2576 parties & $\frac{4}{10}$. La commodité de ces réductions, c'est qu'elles se font sans aucun calcul.

TABLE.

Pour la réduction des pouces de la Toise en centiémes parties de Toises.

Pouces.	Centiémes part.	Pouces	Centiémes part.
1	1 $\frac{4}{10}$	16	22 $\frac{2}{10}$
2	2 $\frac{8}{10}$	17	23 $\frac{6}{10}$
3	4 $\frac{2}{10}$	18	25
4	5 $\frac{6}{10}$	19	26 $\frac{4}{10}$
5	7	20	27 $\frac{8}{10}$
6	8 $\frac{3}{10}$	21	29 $\frac{1}{10}$
7	9 $\frac{7}{10}$	22	30 $\frac{5}{10}$
8	11 $\frac{1}{10}$	23	31 $\frac{9}{10}$
9	12 $\frac{5}{10}$	24	33 $\frac{3}{10}$
10	13 $\frac{9}{10}$	25	34 $\frac{7}{10}$
11	15 $\frac{3}{10}$	26	36 $\frac{1}{10}$
12	16 $\frac{7}{10}$	27	37 $\frac{5}{10}$
13	18	28	38 $\frac{9}{10}$
14	19 $\frac{4}{10}$	29	40 $\frac{2}{10}$
15	20 $\frac{8}{10}$	30	41 $\frac{7}{10}$
31	43	50	69 $\frac{4}{10}$
32	44 $\frac{4}{10}$	51	70 $\frac{8}{10}$
33	45 $\frac{8}{10}$	52	71 $\frac{2}{10}$
34	47 $\frac{2}{10}$	53	73 $\frac{6}{10}$

35	48 $\frac{6}{10}$	54	75
36	50	55	76 $\frac{4}{10}$
37	51 $\frac{4}{10}$	56	77 $\frac{8}{10}$
38	52 $\frac{8}{10}$	57	79 $\frac{2}{10}$
39	54 $\frac{1}{10}$	58	80 $\frac{6}{10}$
40	55 $\frac{5}{10}$	59	81 $\frac{9}{10}$
41	56 $\frac{9}{10}$	60	83 $\frac{3}{10}$
42	58 $\frac{3}{10}$	61	84 $\frac{7}{10}$
43	59 $\frac{7}{10}$	62	86 $\frac{1}{10}$
44	61 $\frac{1}{10}$	63	87 $\frac{5}{10}$
45	62 $\frac{5}{10}$	64	88 $\frac{9}{10}$
46	63 $\frac{9}{10}$	65	90 $\frac{3}{10}$
47	65 $\frac{3}{10}$	66	91 $\frac{7}{10}$
48	66 $\frac{7}{10}$	67	93
49	68	68	94 $\frac{4}{10}$
69	95 $\frac{6}{10}$	71	98 $\frac{6}{10}$
70	97 $\frac{2}{10}$	72	100

Si l'on a deux grandeurs de toiſes & de pouces réduites par cette methode, on cherchera dans les nombres logarithmiques ceux qui répondent à ces deux nombres réduits ; & ayant joints ces deux logarithmes enſemble, on diminuëra la figure caracteriſtique du logarithme de la ſomme de quatre unitez, & l'on cher-

chera ensuite dans les logarithmes quel nombre naturel répond à ce logarithme ainsi réduit, ce nombre naturel sera le nombre des toises de superficie qui viennent de la multiplication des deux grandeurs proposées.

Par exemple, la longueur d'un champ est de 67 toises 2 pieds 5 pouces, & sa largeur est de 29 toises 4 pieds 7 pouces. La réduction de la longueur sera 6740 parties & $\frac{2}{10}$ la largeur sera 2976 & $\frac{4}{10}$. Les logarithmes de ces 2 nombres sont 3. 82866 & 3. 47364, qui étant joints ensemble font 7.30230, duquel nombre si l'on ôte le nombre 4 de la premiere lettre 7 qui est la caracteristique & qui est toujours séparée des autres par un point, il restera 3. 30230 qui convient dans les logaritgmes au nombre naturel 2006 toises un peu moins.

On fera la même opération pour les solides, mais il faudra ôter six unitez de la somme caractéristique des

logarithmes des trois dimensions du solide.

Par éxemple, si l'un des côtez du solide est de deux toises 2 pieds 5 pouces, un autre de 5 toises 5 pieds 1 pouce, & le dernier de 7 toises 3 pieds 3 pouces, la reduction de ces trois nombres en parties centesimales sera 240 $\frac{2}{10}$ 584 $\frac{7}{10}$ 754 $\frac{1}{10}$ & leurs logarithmes seront 2. 38057, 2. 76693, 2. 87743, dont la somme est 8. 02493, de la somme des caracteristiques, 8 on en ôtera six unitez, il restera 2. 02493, lequel nombre étant cherché dans les logarithmes, on trouve le nombre naturel qui lui répond; 106 toises solides à fort peu près.

Si la somme des caracteristiques étoit de deux chiffres, comme en cet éxemple 13. 34795, il faudroit ôter du nombre 13 les 6 unitez, & il resteroit 7. 34795 qu'il faudroit chercher dans les tables des logarithmes pour avoir le nombre des toises solides que l'on demande.

DES

DES BORNES.

ON ne peut pas facilement prescrire des regles pour planter des bornes, puisqu'il est libre d'en mettre autant que l'on veut, & où il plaira dans les séparations des Terres ou des Seigneuries, & de les faire de quelle maniere on trouvera le plus à propos. Cependant nous pouvons dire en général qu'on doit les mettre autant qu'il est possible dans les angles des Terres; car il seroit inutile d'en mettre plusieurs sur une même ligne droite. De plus, elles doivent être au bord des chemins, pour être plus remarquables. Celles qui sont faites de grosses pierres, dont la plus grande partie doit être plantée avant dans terre: seront les plus sures puisqu'on ne pourra pas les déplacer facilement. Sur la partie qui est hors de terre, on y doit graver des Armes du

Seigneur, ou des lettres, avec l'année dans laquelle elles ont été plantées.

Lorſqu'on veut planter des bornes, il faut que ce ſoit en préſence des Juges des lieux, qui doivent faire une deſcente pour ce ſujet aux endroits où on les veut placer; il faut de plus que ce ſoit en préſence des voiſins, qui y doivent être appellez, comme étant parties interreſſées. On doit auſſi confronter tous les Titres, tant de part que d'autre, afin qu'il n'y ait perſonne de lezé. On fera dreſſer un Procès verbal de ladite deſcente, lequel ſera joint aux Titres de la Terre, pour y avoir recours en cas de néceſſité.

On doit faire mention dans le Procès verbal, de la forme des bornes, de leurs inſcriptions, des diſtances où elles ſont poſées, à l'égard d'un grand chemin, ou d'une Croix, ou enfin de quelqu'autre marque conſidérable qui ne puiſſe pas changer facilement dans la ſuite des temps.

Les arbres, les hayes; les poteaux

qu'on pourroit planter, & les fossez qu'on feroit pour servir de bornes, sont sujets à trop de changemens pour pouvoir s'y assurer; ce n'est pas que dans des lieux de peu de conséquence on pourroit s'en passer.

De la différence des Mesures des Terres.

POur ce qui eſt des Meſures, elles ſont de diverſes grandeurs, & ont différens noms ſelon les Provinces. Dans les unes on les appelle Arpent, dans d'autres Acre, Journal, Coulpe de bœuf, Seſterce ou Seprier, Saumée, Aſnée. De ces Meſures & Sous-meſures il n'y a que la moindre qui ſoit uniforme par tout, ſçavoir le pied de douze pouces toutes les autres ci-deſſus, comme auſſi les perches, gaules, verges, cordes ou chaînes, même les toiſes & les pieds ſont différens, encore que la toiſe ſoit ordinairement & preſque par tout de ſix pieds, & le pied de douze pouces. Néanmoins dans la Coûtume de Bourgogne la toiſe eſt de ſept pieds & demi, dans la Coûtume du perche le pied eſt de

de treize pouces, & dans la Coûtume de Clermont le pied n'eſt que d'onze pouces ſeulement, en quelque lieu en Normandie le pied eſt de 24 pouces. Toutes ces différentes meſures ſont reçûes dans les meſurages des héritages des particuliers & non pas dans les affaires du Roy: Car quant aux meſurages des Bois, Forêts du Roy, les Meſureurs ne les doivent arpenter pour les ventes à autres meſures qu'à celle du Roy, qui eſt de 22 pieds pour Perche & de cent perches pour Arpent ſuivant les articles de l'Ordonnance de 1575. La meſure du Roy, pour ce qui le regarde, doit être ſemblable & uniforme par tout, à laquelle toutes les autres meſures ſe peuvent réduire par les Meſureurs & Arpenteurs s'ils ſurvenoit Procès & différend.

Par le 23 article, le Roy Henry II. ordonne que les terres, prez, vignes, eaux, bois & autres choſes ſujetes à l'Arpentage en la Ville & Fauxbourgs de Paris, ſe meſureront à

l'Arpent, de vingt deux pieds pour Perche, & cent Perches pour Arpent, le pied contenant douze pouces.

METHODE POUR TOISER la quantité d'une Terre qui est dans une Butte ou Montagne au-dessus d'un niveau donné, ou de quelque plan incliné au niveau.

ON peut faire cette opération par plusieurs Méthodes, qui sont toutes fondées sur un plan de niveau qu'il faut d'abord établir. On doit donc planter des piquets au tour de la butte ou Montagne ; ou seulement autour d'une partie, s'il n'est pas possible de faire autrement, lesquels piquets seront à raz de terre à la hauteur du nivveau donné. Ces piquets doivent être faits de morceaux de bois de deux pouces environ de

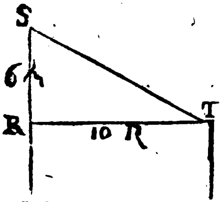
grosseur, on les doit bien enfoncer à coups de maillet, & ensuite les couper à raz de terre à la hauteur du niveau, Il faut les planter à la distance de 10 toises l'un de l'autre si le terrein n'est pas fort inégal; mais s'il y a beaucoup d'inégalitez, il les faut mettre plus près à près; au contraire aux endroits où le terrein est fort uni & de niveau, il seroit inutile d'en mettre plusieurs sur la même ligne droite.

L'enceinte de niveau étant faite, il en faut lever le plan éxactement tel qu'il est à la hauteur du niveau, ce qui se fera par le moyen des angles qu'on formera autour de l'enceinte. Ensuite on doit tracer une ligne sur le terrein laquelle passe au travers de l'enceinte, ensorte que tous les points de cette ligne soient dans un même plan qui sera perpendiculaire au plan de niveau, comme il a été enseigné au commencement de la maniere de lever les plans. Cette ligné étant tracé, on en menera d'au-

tres ſur le terrein également éloignées de celle-ci, pourvû que le terrein ne ſoit pas fort inégal; car ſans cela les lignes ne doivent pas être également éloignées l'une de l'autre ſur le terrein, mais ſur le plan de niveau: Mais comme on ne peut pas opérer ſur le plan de niveau, les diſtances des lignes qu'on marquera ſur le terrein, doivent être priſes plus grandes ſelon la regle ſuivante, aux endroits où le terrein eſt le plus en pente.

REGLE.

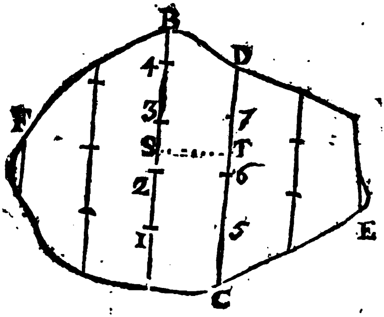
Soit poſée, par éxemple, la diſtance entre chaque ligne de 10 toiſes; comme dans la figure ſuivante entre A B & C D; & à l'endroit des points S & T de ces lignes ſoit le terrein fort en pente, en ſorte qu'après qu'il ſera nivelé, le point S de la ligne A B ſe trouve de 6 toiſes plus élevé que le point T de la ligne CD, la ligne SR étant perpendiculaire à A B. Si l'on



suppose donc que la ligne S R qui passe par le point S soit à plomp & que T R lui soit menée perpendiculaire, & que cette ligne T R soit de 10 toises de longueur, qui est la distance qu'il doit y avoir entre les deux lignes sur le plan du niveau; S R sera donc de 6 toises, & la lignes S T qui est sur le terrein doit avoir plus de 10 toises. Pour trouver la longueur de S T, on prendra le quarré de 10 toises qui est 100 toises, & le quarré de 6 toises qui est de 36, dont la somme est 136 toises ou 4689 pieds quarrez, dont la racine 69 pieds & 11 pouces & un peu plus, est la longueur de S T, qui est plus longue que T R, ou que 10 toises de 9 pieds 11 pouces. Il faut prendre la longueur de quelques unes de ces lignes comme S T, pour se conduire à tracer les lignes comme CD.

Premiere Methode.

Toute la ſurface du terrein étant ainſi diviſée par bandes que l'on fera plus étroites, à proportion que le terrein ſera plus inégal; ſur chacune des lignes comme AB, CD qui ſeparent les bandes, on marquera avec de petits piquets de points 12345678, &c. autant éloignez les uns des autres que les bandes ſont larges, & on nivelera



combien chacun de ces points eſt plus haut que le plan de niveau propoſé. Enſuite ayant fait une ſomme des hauteurs de tous ces points, on la di-

visera par le nombre des points en y ajoûtant autant de points qu'il y a de bandes, & le quotient sera une hauteur moyenne par laquelle on multipliera la surface du terrein à la hauteur du niveau proposé, & l'on aura la quantité de la terre comprise dans la Butte ou Montagne. On exprime ordinairement la quantité d'une terre massive par des toises cubiques.

EXEMPLE.

Supposons que le plan du niveau de la Butte proposée soit ACEDBF de 3000 toises de superficie; & que les lignes comme A B, C D paralleles entr'elles marquées sur le terrein soient éloignées les unes des autres de 10 toises, & que la distance entre les petits piquets 1 2 3 4 5 &c. soit aussi de 10 toises. Supposons aussi que la hauteur de tous les petits piquets ou de tous les points du terrein ou ils sont plantez au dessus du niveau pris tous ensemble est de 550 pieds, & que la somme de tous ces piquets avec le

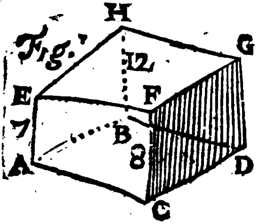
nombre des bandes eſt de 25. Ayant diviſé les 550 pieds de hauteur par 25, le quotient 22 ſera la hauteur moyenne par laquelle ayant multiplié la ſuperficie de niveau qui eſt de 3000, on a 66000 pieds ſolides d'un pied de haut & de 36 pieds de ſuperficie, deſquels 6 ſont la toiſe cubique. Diviſant donc 66000 par 6, on a au quotient 11000 toiſes cubiques pour la ſolidité de la Butte.

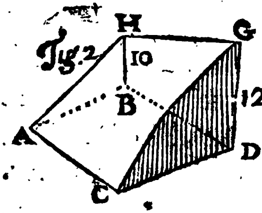
Cette Méthode eſt courte ; mais elle eſt ſujette à de grandes erreurs ; c'eſt pourquoi ſi l'on veut opérer plus éxactement il faut ſe ſervir de la Méthode ſuivante.

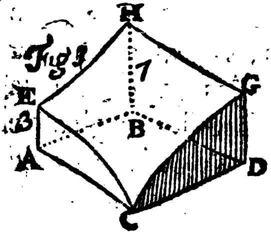
Seconde Méthode.

Dans cette Methode ayant tracé comme ci-devant les lignes AB, CD, &c. & y ayant marqué les points ou piquets 12345, &c. on toiſera ſéparement chaque ſolide de terre compris entre le plan de niveau, & les plans à plomb ou perpendiculaires au niveau qui paſſent par les lignes

menées sur le terrein comme A B, C D, & par d'autres plans aussi a plomb sur le plan de niveau, qui passent par les points de division comme 1, 5, 2, 6, 3, 7, &c. Ce qui fera des solides tels que représentent les figures suivantes, dont les bases







ABCD doivent être des parallelogrammes ou des figures qui n'en soient que fort peu différentes, lesquelles figures AB-CD sont parties du plan de niveau, & E F-G H de celui du terrein; les surfaces à plomb ABEH & CD-FG, sont parties de celles qui passent par les lignes menées sur

le terrein, & les autres ACEF, DBGH, sont celles qui les traversent & qui passent par les points 1, 5, 2, 6, 3, 7, &c. Il n'est pas nécessaire que les surfaces ACEF, DBGH rencontre les autres ABEH, CDFG, à angles droits, pourvû que les deux lignes AB, CD soient égales entr'elles, & si l'on veut égale chacune à la distance perpendiculaire des lignes menées sur le terrein, pour la plus grande facilité du calcul, car toutes les surfaces ABDC seront les quarrez de la distance qui est entre les lignes menées sur le terrein, la surface de cette base ABCD, étant multipliée par la moyenne entre les entre les quatre hauteurs AE, BH, CF, DG, donnera la solidité de la masse de terre AG. Pour trouver la moyenne hauteur entre deux, trois ou quatre hauteurs données, il faut assembler ces hauteurs données & diviser la somme par le nombre des angles de la figure; car il ne s'agit ici que de moyenne hauteur Arithmetique.

Exemple de ce calcul.

Supposons que la distance perpendiculaire entre les lignes A B, C D ; ou ce qui est la même chose entre les plans ABEH, CDFG soit de 10 toises ; & les lignes ou côtez du parallelogramme A B, CD aussi de 10 toises de longueur. La superficie de ce parallelograme sera de 100 toises quarrées. Supposons aussi que dans la premiere Figure, la hauteur perpendiculaire du point E au dessus de A soit de 7 pieds celle de H au dessus de B soit de 12 pieds; &celle de F au dessus de C soit de 8 pieds ; & celle de G au-dessus de D soit de 10 pieds ; la somme de ces quatre hauteurs sera de 37 pieds, laquelle étant divisée par quatre qui est le nombre des hauteurs, le quotient sera neuf pieds $\frac{1}{4}$ qui est la hauteur moyenne arithmetique entre les quatre hauteurs données. Ayant donc multiplié la superficie de 100 toises par 9 pieds

$\frac{1}{4}$, on aura 925 pieds, dont 6 font la toiſe cubique; c'eſt pourquoi il faudra diviſer 925 par 6 ce qui donne au quotient 154 $\frac{1}{6}$, qui font 154 toiſes cubiques & 36 pieds auſſi cubiques, pour la ſolidité de la maſſe de terre AG.

Si les deux points EF n'ont point de hauteur par deſſus le niveau comme dans la deuxiéme Figure, & que BH ſoit de 10 pieds & DG de 12, la ſomme de ces deux hauteurs ſera 22 qu'il faudra toujours diviſer par 4, à cauſe qu'il y a quatre points, quoique deux de ces points n'ayent pas de hauteur. On aura donc pour la hauteur moyenne proportionnelle 5 $\frac{1}{2}$ qu'on doit multiplier par la ſuperficie de la baſe de niveau, laquelle étant ſuppoſée comme ci-devant de 100 toiſes donnera 550, ce qui étant diviſé par 6 on aura 91 toiſes cubiques & $\frac{2}{3}$ ou 144 pieds cubiques.

Enfin ſi le ſeul point F n'a point de hauteur par deſſus le niveau, comme dans la troiſiéme Figure, on fera une ſomme des trois autres hauteurs, à ſçavoir,

voir de AE 3 pieds, de BH, de 7 pieds & de DG de 6 pieds ; cette somme sera 16 pieds, qui étant divisée par 4, donnera 4 pour hauteur moyenne laquelle doit multiplier la saperficie de niveau A B C D, laquelle étant aussi comme ci-devant de 100 toises on aura le produit 400, qui sont des sixiémes parties de toise cubique; ayant donc divisé 400 par 6 on aura 66 $\frac{2}{3}$ au quotient qui sont des toises cubiques.

On doit remarquer que si la superficie du terrein étoit fort inégale, il faudroit la diviser en parties plus petites que de 100 toises de superficie. Il ne seroit pas même nécessaire dans cette seconde Méthode de diviser la superficie du terrein par des lignes comme A B, C D également éloignées les unes des autres, on pourroit la diviser en figures telles qu'on jugeroit à propos, pourvû que la superficie du terrein ne fut pas trop irréguliere dans ce qui seroit renfermé dans chaque Figure. Ainsi lorsqu'il se rencontreroit une grande partie de terrein qui

auroit sa superficie égale, quoiqu'elle fût beaucoup plus haute en un endroit qu'en l'autre par-dessus le niveau on la pourroit mesurer toute à la fois.

On doit encore remarquer que si l'on proposoit à faire une esplanade, ou une superficie plane & inclinée à l'horison, au lieu d'un plan de niveau; il faudroit premierement opérer pour les hauteurs par rapport au niveau, comme s'il falloit ôter la terre jusqu'au niveau, & l'on rabatroit ensuite du total toute la solidité de la terre, depuis le niveau jusqu'à l'esplanade ou superficie plane, laquelle se peut toiser tout d'un coup, à cause que cette superficie est plane aussi bien que celle de niveau.

METHODE POUR JAUGER les Tonneaux.

JE considere les Tonneaux qu'on veut jauger comme des Cylindres qui ont le diametre de leur base égal à la moyenne proportionnelle arithmétique, entre le diametre du tonneau à l'endroit du fond & celui du milieu à l'endroit du bondon, dont la hauteur est égale à la distance qui est entre les fonds.

Ces mesures doivent être prises en dedans, ce qui est facile à faire pour les diametres tant des fonds qu'à l'endroit du bondon : car si l'on applique deux verges quarrées l'une contre l'autre, en les faisant glisser on les allongera de la grandeur du diametre du fond, lequel est compris entre les peignes, & pour le diametre à l'endroit du bondon, on enfoncera

dans le muid par l'ouverture du bondon une verge divisée en pouces qui montrera d'abord la grandeur de ce diametre intérieur; mais pour la longueur interieure du Tonneau, il faut se servir d'un grand compas à verge qui ait les pointes recourbées & qui soit divisé en pouces suivant sa longueur, en telle sorte que l'orsque les pointes du compas touchent les fonds par dehors, la partie du pied mobile du compas qui tient à la verge y marque la grandeur comprise entre les pointes. Mais il faut ôter 15 lignes de cette grandeur pour l'épaisseur des fonds, afin d'avoir la distance intérieure entre les fonds. On peut aussi diminuer les 15 lignes pour l'épaisseur des fonds sur la division du côté du pieds fixe du compas, afin de n'avoir rien à ôter.

La justesse de cette méthode n'est fondée que sur la supposition que le Tonneau est égal au Cylindre qui a sa hauteur égale à la longueur du Tonneau, & sa base égale au cercle dont

le diametre eſt moyen proportionnel arithmetique entre le diametre à l'endroit des fonds qu'on ſuppoſe égaux & à l'endroit du bondon. Mais ſi le Tonneau étoit compoſé de deux ſegmens de cone, dont les baſes jointes enſemble ſeroient le cercle de la coupe du Tonneau à l'endroit du bondon, cette meſure ſe trouveroit un peu trop petite; elle ſeroit encore plus petite par rapport à la véritable, ſi l'on ſuppoſe que le tonneau ſoit fait de deux ſegmens de Sphéroïde ou de Conoide : Mais le peu de Différence qu'il y a entre les cercles des fonds & celui de la couppe du Tonneau à l'endroit du bondon, ce qui étant joint à l'inégalité des douves, qui ſe courbent fort ſouvent en dedans, fait que la différence entre la véritable meſure qu'il n'eſt pas poſſible de connoître éxactement, & celle que l'on donne ici, n'eſt que de très-peu de conſéquence. Enfin il vaut mieux donner les meſures un peu plus petites que plus grandes, à cauſe du déchet qu'on

ne ſçauroit éviter.

Si l'on ſuppoſoit que le Tonneau fut compoſé de deux ſegmens de cone dont les baſes fuſſent jointes à l'endroit du bondon, la différence entre la meſure que je propoſe & la véritable qui eſt fort longue à trouver, ne ſe trouveroit que d'une chopine environ ſur un muid; ce qui n'eſt pas conſidérable.

Le Muid doit contenir 288 pintes meſure de Paris, ou 36 ſeptiers de 8 pintes chacun. Le Muid contient auſſi 8 pieds cubiques; & par conſéquent le pied doit contenir trente-ſix pintes: la pinte ſera la donc de quarante-huit pouces.

Si l'on ſuppoſe que la pinte d'eau peſe deux livres du poids de Paris, le pieds cubique peſera 72 livres; mais par les expériences qui en ont été faites au juſte par Meſſieurs de l'Academie, on a trouvé qu'il ne peſoit que 70 livres, comme on peut voir dans le Livre du mouvement des Eaux de M. Mariotte page 213. On

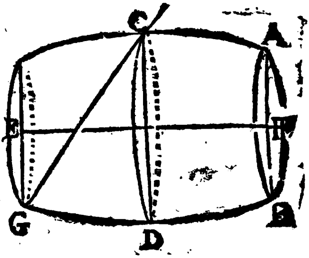
se sert ordinairement de soixante-douze livres pour le poids du pied cubique, a cause des subdivisions qui sont faciles à faire.

Le pied cubique pesant donc 70 livres du poids de Paris, le Muid pesera 560 livres, & avec la Futaille environ 600 livres.

Premiere Methode pour Jauger les Tonneaux.

REGLE.

IL faut prendre la mesure du diametre d'un des fonds comme AB & la joindre à celle du diametre CD pris à l'endroit



du bondon, que je suppose au milieu & dans l'endroit le plus large, & ayant fait un quarré de la moitié de

cette somme, on le posera pour le troisiéme terme d'une regle de trois, dont le premier terme sera toujours 14 & le second toujours 11 pour toutes sortes de grandeurs de tonneaux. Ensuite on multipliera le quatriéme terme trouvé par la regle de 3 par la longueur du tonneau EF, & le produit étant réduit en pouces cubiques, si les mesures dont on s'est servi n'étoient pas des pouces, on aura le nombre des pouces cubiques contenus dans le tonneau, lequel nombre de pouces doit être divisé par 48 pour avoir le nombre des pintes contenuës dans le tonneau.

Si les mesures qu'on a prises des diametres AB, CD, & de la longueur EF sont en demi pouces, au lieu de réduire le dernier produit en pouces il faudra le diviser par 384 au lieu de 48, & le quotient de la division sera le nombre des pintes contenuës dans le tonneau. Et si les mesures dont on s'est servi pour les grandeurs AB, CD, EF sont des quarts de pouce, ou

ou si elles sont réduites en quarts de pouce, on divisera le dernier produit, sans en faire de réduction, par 3072, & l'on aura le nombre des pintes contenuës dans le tonneau. Si l'on prenoit des tiers de pouces pour mesure, il faudroit diviser par 1296.

EXEMPLE.

de la Regle précédente.

SOit la grandeur du diametre AB du fond du tonneau du 23 pouces & celle du diametre CD de la coupe circulaire du tonneau à l'endroit du bondon de 25 pouces, ce qui est la plus grande largeur du tonneau en cet endroit, & la longueur EF de 36 pouces.

La somme des deux diametres est 48 dont la moitié est 24 & son quarré 576; on aura donc pour les trois termes de la regle de trois ou de proportion 14, 11, 576, & l'on trouvera le quatrieme terme de 452 & $\frac{4}{7}$. Ce

nombre étant multiplié par 36 qui eſt la longueur du tonneau, donnera 16292 $\frac{4}{7}$, qui ſont des pouces cubiques, qu'on diviſera par 48, à cauſe que dans la meſure on ne s'eſt ſervi que de pouces; le quotient de cette diviſion ſera 339 $\frac{1}{2}$ à très peu près, qui eſt le nombre des pintes contenuës dans le tonneau dont les meſures ont été propoſées. On voit que ce tonneau contient plus d'un muid, & que le ſurplus eſt 51 pintes $\frac{1}{2}$.

Autre Exemple.

SOit le diametre du fond AB de 22 pouces, le diametre CD par le bondon de 25 pouces, la longueur EF 32 pouces. La ſomme des deux diametres eſt de 47 pouces, & la moitié de 23 pouces $\frac{1}{2}$ ou 47 demi pouces, dont le quarré ſera 2209, dont on fera le troiſiéme terme de la regle de trois, le premier étant 14, & le ſecond 11, on trouvera le quatriéme 1735 $\frac{9}{14}$. Mais à cauſe qu'on s'eſt ſer-

vi de demi-pouces dans ce calcul, il faut aussi réduire la longueur en demi-pouces, & au lieu de 32 pouces on aura 64 demi pouces qui serviront à multiplier le quatriéme terme qu'on a trouvé $1735 \frac{9}{14}$, ce qui donnera le produit $111081 \frac{1}{7}$ lequel il faut diviser par 384, à cause qu'on s'est servi de demi-pouces, & le quotient sera 289, & un peu plus d'un $\frac{1}{4}$, ce qui est le nombre des pintes contenuës dans le tonneau proposé.

On peut aussi par cette méthode trouver la même mesure avec beaucoup plus de facilité en se servant des nombres logarithmiques; mais il faut seulement se servir de pouces, & ne pas négliger pourtant les fractions du pouce qui se trouvent dans les nombres.

REGLÉ.

ON fera une somme du double du logarithme, du nombre des pouces qui est le moyen arithmetique entre le diametre du fond & celui

du bondon, ou bien, ce qui est la même chose, du nombre qui est la moitié de la somme des diametres du fond & du bondon, & de la longueur du tonneau; de cette somme composée de trois logarithmes on en ôtera toujours le logarithme 1. 78598 dans quelque mesure proposée que ce soit, le reste sera le logarithme du nombre des pintes contenuës dans le tonneau.

EXEMPLE.

SOient suposées les mêmes mesures que dans l'exemple précedent. Le diametre du fond 22 pouces, le diametre à l'endroit du bondon 25; la longueur 32 pouces.

La somme des deux diametres est 47 dont la moitié est 23, pouces $\frac{1}{2}$, le nombre logarithmique qui répond à 23 $\frac{1}{2}$ est 1. 37107, lequel étant doublé fera 2. 74214 & y ayant ajoûté le logarithme de 32 qui est 1. 50515 on aura la somme des trois logarithmes. 4. 24729, dont il faut ôter le

nombre 1.78598, & il reste 2.46131 qui est le logarithme du nombre 289 & près de $\frac{4}{10}$ ou $\frac{2}{5}$ qui sont des pintes contenuës dans le tonneau, & ce qui revient à la même mesure qu'on a trouvée ci-devant.

Autre Exemple.

SOit au tonneau proposé le diametre du fond de 23. pouces, & celui du bondon de 25. pouces, & la longueur de 30. pouces $\frac{1}{2}$.

La somme des deux diametres est 48 dont la moitié est 24, & le logarithme de 24 est 1.38021 dont le double est 2.76042, auquel nombre ayant ajoûté le logarithme de 30 $\frac{1}{2}$ qui est 1.48430, on a la somme des trois logarithmes 4.24472; ayant ôté de cette somme le nombre 1.78598, il reste 2,45874 qui est le logarithme de 287 & plus de $\frac{1}{2}$, ce qui donne le nombre des pintes contenuës dans le tonneau proposé.

Autre Exemple.

LE diametre du fond du tonneau proposé soit de 23 pouces, celui du bondon de 24 pouces, & la longueur du tonneau de 32 pouces.

La somme des deux diametres est 47 dont la moitié est 23 pouces $\frac{1}{2}$ qui a pour son logarithme 1. 37107, le double de ce nombre est 2. 74214; auquel ayant ajoûté le logarithme de 32 qui est 1. 50515 on aura la somme des trois logarithmes 4. 24729, de laquelle enfin ayant ôté le nombre 1. 78598. il restera 2. 46131 qui est le logarithme du nombre 289 $\frac{1}{4}$ un peu plus, qui est celui des pintes contenuës dans le tonneau proposé,

On voit dans les trois exemples précedens que les trois differentes mesures qu'on y donne pour les tonneaux, sont fort propres pour faire un muid tel que nous l'avons supposé; car il y aura très-peu de difference entre ce qu'ils contiennent;

& les 288 pintes qui doivent être contenuës dans le muid.

SECONDE METHODE pour jauger les Tonneaux.

ON se sert en quelques endroits d'une maniere de Jauge toute différente de la précedente, laquelle se fait sans aucun calcul. On a une regle divisée en certaines parties qui marque les pintes contenuës dans le tonneau. On fait entrer cette regle ou verge divisée dans le tonneau par le bondon, jusques à ce que son extrêmité touche l'angle que fait le fond avec les douves, & dans la partie la plus éloignée du bondon, comme on voit la ligne CG dans la figure précedente, qui tient la place de la regle. Alors on regarde la division qui répond au milieu de l'ouverture du bondon au dedans du tonneau; & cette division montre le nombre des pintes contenuës dans le tonneau.

Cette méthode ne peut être juste que dans une même sorte de tonneaux ; c'est-à-dire, seulement pour ceux qui ont les diametres des fonds & à l'endroit du bondon, avec la longueur, dans les mêmes proportions que celui qui a servi pour les divisions ; mais les mesures de ces proportions donneroient la capacité du tonneau sans avoir besoin de regle.

Cependant pour satisfaire la curiosité de ceux qui voudront sçavoir jusqu'où peut aller l'exactitude d'une Jauge faite par cette méthode : Voici deux divisions differentes pour deux especes de tonneaux, où l'on pourra remarquer des differences assez considerables dans des especes de tonneaux qui sont assez semblables, d'où l'on pourra juger de l'exactitude de cette méthode pour des tonneaux plus differens que ceux-ci.

Si le tonneau avoit 23. pouces du diametre par l'un des fonds, 25. pouces par le bondon, & 30. pouces $\frac{1}{2}$ de

longueur, la grandeur CG sera de 28 pouces 7 lignes, & ce tonneau contiendra 288. pintes.

Si un autre tonneau a toutes ses parties de la moitié des précedentes aussi la ligne CG sera la moitié de l'autre, & n'aura que 14 pouces 3. lignes $\frac{1}{2}$, & le tonneau ne contiendra que 36 pintes. Sur ces mêmes proportions voici une Table de la quantité des pintes qui conviennent aux differentes grandeurs de la ligne CG en diminuant d'un pouce depuis 30 jusqu'à 15.

Grandeurs de la ligne CG	*Pintes contenuës dans le Tonneau.*	*Differences.*
pouces.	pintes.	pintes.
30	333	
29	300$\frac{3}{4}$	32$\frac{1}{4}$
28	270$\frac{3}{4}$	30
27	242$\frac{3}{4}$	28
26	216$\frac{3}{4}$	26
25	192$\frac{3}{4}$	24
24	170$\frac{1}{2}$	22$\frac{1}{4}$

Pouces.	Pintes.	Pintes.
23	150	$20\frac{1}{2}$
22	$131\frac{1}{4}$	$18\frac{3}{4}$
21	$114\frac{1}{3}$	17
20	$98\frac{1}{4}$	$15\frac{1}{2}$
19	$84\frac{1}{2}$	$14\frac{1}{4}$
18	72	$12\frac{1}{2}$
17	$60\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$
16	$50\frac{1}{2}$	10
15	$41\frac{3}{4}$	$8\frac{3}{4}$

Mais ſi l'on ſuppoſe que les tonneaux ſoient ſemblables à celui qui auroit 22 pouces de diametre par le fond, 25 par le bondon, & ſa longueur de 32 pouces, on trouvera le nombre des pintes pour les differentes grandeurs de CG & diminuant d'un pouce ſelon la Table ſuivante.

Grandeure de la ligne CG	*Pintes contenuës dans le Tonneau.*	*Differences.*
Pouces.	Pouces.	
30	340	
29	307 $\frac{1}{4}$	32 p. $\frac{3}{4}$
28	276 $\frac{1}{2}$	30 $\frac{3}{4}$
27	248	28 $\frac{1}{2}$
26	221 $\frac{1}{2}$	26 $\frac{1}{2}$
25	196 $\frac{3}{4}$	24 $\frac{3}{4}$
24	174	22 $\frac{3}{4}$
23	153 $\frac{1}{4}$	20 $\frac{3}{4}$
22	134	19 $\frac{1}{4}$
21	116 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$
20	100 $\frac{3}{4}$	15 $\frac{3}{4}$
19	86 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{4}$
18	73 $\frac{1}{2}$	13
17	61 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{3}{4}$
16	51 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{4}$
15	42 $\frac{1}{2}$	9

On peut ſur ces meſures trouvées diviſer toute la regle ou verge en pintes, en diviſant chaque pouce en autant de parties qu'il y a de pintes

dans les differences qui répondent à chaque pouce ; mais il ne faudra pas que les diviſions de chaque pouce ſoient égales entr'elles ; car celles qui ſont vers les parties les plus hautes, doivent être plus petites que celles qui ſont vers les plus baſſes, ce qui eſt facile à voir.

J'ai choiſi ces deux eſpéces de tonneaux dont les derniers ſont plus longs & plus pointus que les premiers, afin de faire mieux voir la difference qu'il y a dans ces ſortes de jauges. Ceux qui ne demanderont pas une grande exactitude, pourront s'en ſervir pour des tonneaux à peu près ſemblables à ceux-ci.

ORDONNANCES DES ROIS.

Touchant les Arpenteurs & l'Arpentage.

LEs Arpenteurs n'étoient point mis au nombre des Officiers par le Droit Romain; c'étoient des Géometres qui étoient choisis par ceux qui en avoient besoin, & dont le ministere étoit libre & honorable : C'est pourquoi la récompense qui leur étoit donnée de leur travail, n'étoit point appellée loyer comme celle des ouvriers, artisans & manœuvres, mais honoraire comme celles des Avocats ; & néanmoins lorsque leur mesurage se trouvoit défectueux ; ils étoient tenus des dommages & intérêts des parties qui les avoient employés.

Toto t. ff. si mensor falsum modum dixerit.

Nous avons en France quelques vestiges d'un Grand Arpenteur dès l'année 1115 c'est une Commission donnée à Amedée Guespin Bour-

geois de Paris, faisant profeffion de la Géometrie, dont voici les termes *Ipsum commisimus & committimus, ad statuendum, arpentandum, & mensurandum terras, ubicumque fuerint in regno Franciæ nostro, ad gagia, jura & emolumenta ad istud officium pertinentia.*

Saint Yon, l. 1. tit. 10.

Depuis ce temps jufqu'en l'an 1511 il n'eft fait aucune mention d'Arpenteurs en titre d'Office. Mais au mois de Novembre de la même année, Loüis XII donna des Provifions de Grand Arpenteur des Eaux & Forêts de France, Champagne & Brie, & Forêt de Bierre à Guillaume Carbonnais ; qualité qui a été attribuée à tous ceux qui en ont été pourvûs jufqu'en l'année 1554 qu'il a commencé à être qualifié Grand Arpenteur fimplement par l'Edit de création des autres Arpenteurs.

C'étoit apparemment le Grand Arpenteur qui donnoit des Provifions ou des Commiffions aux autres Arpenteurs : Mais au mois de Février de l'année 1554 Henry II. en créa fix en titre d'Office en chaque Bailliage ou Sénéchauffée, pour éxercer leurs Charges fous le Grand Arpenteur ; & leur attribua pour

tous droits & gages, vingt sols par chaque journée de vacation, quinze deniers pour chaque Rolle de leurs Procès verbaux & Raports, & cinq sols par jours pour les salaires & vacations de leurs Aydes.

Au mois de Novembre de la même année il créa en chacun des Ressorts des Villes de Vannes, Nantes, Rennes & Quimpercorentin, & dans les autres Baillages & Sénéchaussées de Bretagne qui sont de grande étenduë, quatre Arpenteurs ou Mesureurs, autrement dits Gauleurs, aux gages de vingt livres tournois par chacun an, ving sols par journée de vacation, & dix deniers par Rolle de leurs Procès verbaux.

L'Edit de création des Arpenteurs du mois de Février 1554. leur attribuë le pouvoir privativement à tous autres, de mesurer & arpenter tous bois, buissons, forêts, garennes, terres, eaux, isles, pâti, communes, prez, ventes, asseoir bornes, faire partages, divisions & raports de toutes les choses susdites, & autres circonstances & dépendances d'icelles, soit qu'elles soient du Domaine & appartiennent au Roy, ou aux Princes, Prélats, gens d'E-

glise, Communautez, Seigneurs, & autres Sujets du Royaume. Ce qui a été confirmé par l'Edit de création de quatres Arpenteurs en chaque Jurisdiction Royale du Royaume, du mois de Juin mil sept cens septante-cinq. Mais par l'Arrêt de vérification de cet Edit qui est du quatriéme Juillet de la même année, il est expressément porté, qu'il ne prendra arpenteurs qui ne voudra, & que leur salaire sera taxé par les Juges ordinaires des lieux ou ils besoigneront. Et par l'Edit de Henri IV du mois de May 1597 art. 25 il est défendu à toutes personnes de soi immisser à faire aucuns arpentages, mesurages, assietes & recollemens des Bois & Forêts du Roy ou des particuliers, qu'ils n'ayent été pourvûs par Lettres Patentes de Sa Majesté, & reçus aux Siéges des Tables de Marbre.

Par leur Edit de création de 1554 il est dit qu'ils sont Juges Réferendaires, & qu'ils doivent être crûs de leurs rapports.

Par le même Edit il étoit permis aux Seigneurs hauts Justiciers de créer des Arpenteurs en leurs Terres & hautes Justices; mais cette faculté

culté leur a été ôtée par l'Edit de 1575 & par cet Edit les Arpenteurs ont été éxemptez des logemens de gens de Guerre.

Ord. de 1669. t. des Arpent. art. 1. & 5.

L'Ordonnance des Eaux & Forêts du mois d'Août 1669 contient un Titre particulier des Arpenteurs, qui fixe leur dernier état, & qui doit servir de regle. Il est dit que le Roy commettra un Arpenteur, homme d'experience & de probité, connu en chaque Département, pour être à la suite du Grand Maître pendant qu'il fera ses visites, adjudications & réformations, & par ses ordres faire tous les arpentages, mesurages & recollemens ordinaires ou de reformation. L'Arpenteur du Grand Maître sera tenu de faire par les ordres du Grand Maître tous les Actes concernant sa profession, & d'en tenir bon & fidéle Registre, dont il mettra le double avec autant des plans & figures ès mains du Grand Maître, & au Greffe de la Maîtrise, huit jours après la consommation de l'ouvrage, & en retirera décharge, à peine d'interdiction pour la premiere fois, & de privation en cas de recidive.

Ibid. art. 1.

Il y doit avoir deux Arpenteurs en chaque Bailliage ou Maîtrise.

Ibid. art. 2. Ils ne seront reçus que sur information de vie & mœurs, & donneront cautions jusques à mille livres pour assurance des abus & malversations qu'ils pourroient commettre en leur éxercice.

Ibid. art. 3. Ils feront de toutes les assiétes de ventes un plan figuré sur lequel ils désigneront les pieds corniers avec leurs témoins, les arbres de lizieres ou de parois, leur nombre, qualité, & toutes les marques qui y auront été faites, la distance de pieds corniers en pieds corniers, l'emprunt tant de la droite ligne que de l'angle, & des circonstances nécessaires pour servir à la reconnoissance ou conservation de tous les arbres réservez lors du recollement.

Ibid. art. 4. Ils feront tous les arpentages & mesures qui écherront en leur détroit, tant pour les Bois, Fonds & Domaines du Roi, que pour ceux tenus en grurie, grairie, tiers & danger, appanage, engagement, usufruit, & par indivis, même pour ceux des Ecclesiastiques, Communautez, & gens de mains morte, ensemble pour tout ce qui sera ordonné par autorité de Justice, pour quelque cause que ce soit, préféra-

blement à tous autres Arpenteurs, à peine de nullité; la liberté étant laissée aux particuliers de s'en servir en tous actes, mesures & délivrances volontaires, ou d'autres mesureurs à leur choix.

Ibid. art. 7.

Ils seront tenus de visiter une fois chaque année tous les fossez, bornes & arbres de lizieres séparant & fermant les Forêts & Bois dans lesquels le Roy a intérêt, pour connoître s'il y a quelque chose de rempli, changé, coupé, arraché ou transporté; & s'il est besoin, feront les assiétes, remises & remplacemens des bornes qui auront été arrachées & transportées, ou qui manqueront, suivant les ordres des Grands Maîtres, & Jugemens des Officiers; & marqueront tous les allignemens des fossez à faire & à relever, dont ils feront procès verbal sur le Registre, signé du Sergent de la garde, & en mettront autant trois jours après la visite au Greffe de la Maîtrise, à peine d'interdiction pour la premiere fois, & de punition en cas de récidive.

Ibid. art 8.

Si un Arpenteur avoit par connivence, faveur ou corruption celé un transport ou arrachement de bor-

nes, souffert ou fait lui-même un changement de pieds corniers, il sera dès la premiere fois privé de sa Commission, condamné en l'amende de cinq cens livres, & banni pour toûjours des Forêts du Roy.

Ibid. art. 6. Si les Arpenteurs d'une Maîtrise étoient absens ou malades, les Officiers en prendront de la Maîtrise voisine, sans qu'ils se puissent servir d'autres Arpenteurs que de ceux qui auront été pourvûs ou commis par le Roy, à peine de nullité.

Quoique par les anciens Edits le Roy eut créé des Arpenteurs en titre d'Office, & qu'il y eût défenses à toutes personnes de faire des Arpentages sans Lettres Patentes de Sa Majesté, néanmoins le grand Arpenteur pour augmenter les droits de sa Charge ne refusoit pas des Commissions d'Arpenteurs aux particuculiers qui lui en offroient de l'argent; cette contravention donna lieu à un Arrêt du Conseil du 23 Avril 1676 par lequel le Roy fit défenses au nommé Vergnes, soi-disant propriétaire de la Charge de Grand Arpenteur au lieu & place du Sieur de la Trousse, & à toutes autres personnes, de délivrer aucunes

Commission pour faire la fonction d'Arpenteurs, Priseurs & Mesureurs à peine d'être procedé contre eux extraordinairement.

Ensuite la Charge de Grand Arpenteur ayant été supprimée par Arrêt du Conseil du 21 Septembre 1688 le Roy ordonna par un Arrêt du Conseil du 2 Juillet 1689 que tous ceux qui faisoient les fonctions d'Arpenteurs sur les Commissions du Sieur de la Trousse ou autrement, sans avoir pris des Lettres du grand Sceau seroient tenus dans deux mois de prendre des Provisions de Sa Majesté, en payant la finance à laquelle ils seroient moderément taxer par les Rolles qui en seroient arrêtez au Conseil.

Mais cet Arrêt n'a point été éxécuté, car le Roy ayant créé par deux Edits des mois de May & Juillet 1690 des Charges héréditaires de Jurez Experts dans toutes les Villes du Royaume où il y a Jurisdiction Royale il y a eu enfin un dernier Edit au mois de Décembre de la même année qui contient entr'autres trois chefs importans.

Par le premier tous les Arpenteurs créez par les Edits des mois de

Février 1554 & Juin 1575 sont suprimez.

Par le second le Roy crée de nouveaux Arpenteurs, ausquels il attribuë les fonctions des Jurez Experts & Priseurs, & attribue aussi aux Jurez Experts nouvellement créez les fonctions des Arpenteurs; le tout à l'exception de la Ville de Paris.

Et par le dernier il crée dix Arpenteurs dans la Ville de Paris, dont les fonctions sont entierement séparées de celles des Jurez Experts. Voilà le dernier état auquel sont aujourd'hui les Arpenteurs, ausquels on a attribué des Privileges considérables, comme éxemption de tutelle, curatelle, collecte, logement de gens de guerre, & des Charges de Ville & de Police.

FIN.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers les gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre amé & féal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il Nous a plû donner à notred. Academie, par un Reglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses éxercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donné au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6 Avril 1699 n'ayant point de temps limité, ont été déclarées nulles par Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13 Août 1713. Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens

qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'il voudra choisir, en tel forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées*; comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que l'Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesd. Ouvrages, & jugez qu'ils sont dignes de l'impression; & ce pendant le temps de 15 années consécutives, à compter du jour de la datte desd. Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume: comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, ou faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie, en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Aca-

demie,

demie, ou de ceux qui auront droit d'eux; à peine contre chacun des Contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits, au profit de son dit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour; que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très cher & féal Chevalier Chancellier de France le Sieur Daguesseau, le tout à peine de nullité des Présentes: Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages,

ſoit tenuë pour dûement ſignifiée ; & qu'aux Copies collationées par l'un de nos amez & feaux Conſeillers & Secretaires, foy ſoit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'éxécution d'icelles tous Actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires: Car tel eſt notre plaiſir. Donné à Paris le vingt-troiſiéme jour de Juin, l'an de grace mil ſept cent dix-ſept; & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roy en ſon Conſeil, *ſigné*, FOUQUET.

Il eſt ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686 & Arrêt de ſon Conſeil, que les Livres dont l'impreſſion ſe permet par Privilege de Sa Majeſté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou un Imprimeur.

Regiſtré le préſent Privilége, enſemble la Ceſſion écrite ci-deſſous ſur le Regiſtre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N°. 205. conformément aux Réglemens, & nottamment à l'Arrêt du 13 Août 1703. A Paris le 3 Juillet 1717.

Signé, DELAUNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cédé le présent Privilége à ladite Académie, pour par elle & les différens Académiciens qui la composent, en joüir pendant le temps & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le premier Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 12 Mars 1727.

PAr Délibération faite selon la forme ordinaire, la Compagnie a résolu de permettre au Sieur MONTALANT, Imprimeur Libraire, d'imprimer, *Tabulæ Astronomicæ & l'Ecole des Arpenteurs &c. par M. de la Hyre*, & de lui céder à cet égard le Privilége qu'elle a obtenu du Roy, en datte du 29 Juin 1717. En foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 12 Mars 1727.
FONTENELLE, *Secr. perp. de l'Ac. R. des Sc.*